EXAMEN DE MATURITATE 1958

SUBIECTUL I

1. O piramidă cu vârful S are ca bază triunghiul dreptunghic ABC ($m(\sphericalangle A) = 90°$) iar înălţimea ei cade în punctul A. Ipotenuza este de 25 cm, o catetă este cu 5 cm mai mare decât cealaltă, iar înălţimea piramidei este egală cu suma catetelor.

- **a)** Să se calculeze lungimile laturilor triunghiului ABC.
- **b)** Să se calculeze aria laterală, aria totală şi volumul piramidei.
- **c)** Unghiul muchiei SB cu planul bazei îl notăm cu α, iar unghiul format de muchia CS cu acelaşi plan îl notăm cu β. Să se demonstreze relaţia $\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\beta = 1$.

2. **a)** Să se simplifice fracţia $F = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{-x^2 + x + 6}$.

- **b)** Pentru ce valoare a variabilei x fracţia simplificată este pozitivă?

3. Să se rezolve ecuaţia: $3(1 - \sin x) = 2\cos^2 x$.

SUBIECTUL II

1. Se dă un cerc cu centrul O şi raza R şi un punct exterior P, în planul carcului. Fie A, B punctele de contact ale tangentelor duse din P la cerc şi α unghiul $\sphericalangle AOP$. Se roteşte figura în jurul lui OP şi se cere:

- **a)** volumul corpului alcătuit din conul PAB şi segmentul sferic exterior conului;
- **b)** să se determine unghiul α, astfel încât aria laterală a conului PAB să fie egală cu aria calotei sferice exterioare conului.

2. Se dă ecuaţia $(m + 2)x^2 - 2mx + 1 = 0$.

- **a)** să se determine m astfel încât suma pătratelor rădăcinilor să fie egală cu 2;
- **b)** să se discute natura şi semnele rădăcinilor ecuaţiei date, când parametrul m ia toate valorile numerice de la $-\infty$ la ∞.

3. **a)** Să se rezolve ecuaţia: $2\sin^2 x = \sin 2x$.

- **b)** Să se arate că egalitatea $2\sin(x + a)\sin(x - a) = \cos 2a$ este adevărată când x se înlocuieşte cu soluţia ecuaţiei de la punctul a) , cuprinsă între 0 şi $\dfrac{\pi}{2}$.