

EXAMEN DE MATURITATE 1959
SESIUNEA IULIE

1. O bucată de lemn are forma unui sector sferic de rază R și unghiul maxim dintre două raze α . Din acest sector sferic se strunjește sfera înscrisă. Să se afle:
 - a) volumul sectorului sferic în funcție de α și R ;
 - b) aria sferei înscrisă în sectorul sferic;
 - c) unghiul α pentru care această arie este egală cu $\frac{4\pi R^2}{9}$.

2. Se dau două axe rectangulare Ox și Oy și două cercuri, unul de rază a tangent în O la Ox , altul de rază b tangent în O la Oy , precum și dreapta Δ care se rotește în jurul punctului O . Dreapta Δ întâlnește cele două cercuri respectiv în A și B care se proiectează pe axa Ox în punctele A' și B' .
 - a) Să se studieze variația segmentului $[A'B']$.
 - b) Să se afle locul geometric al mijlocului segmentului $[AB]$.
 - c) Se duce o tangentă într-un punct variabil P al cercului tangent la axa Oy ; fie N punctul de intersecție al acestei tangente cu axa Oy . Să se afle locul geometric al punctului de intersecție al dreptei OP cu paralela dusă prin N la axa Ox .

SESIUNEA SEPTEMBRIE

1. Să se studieze variația funcției $y = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x + 2}$.
 - a) Să se reprezinte grafic.
 - b) Să se scrie ecuația parabolei cu vârful în origine și având ca axă pe Ox , al cărei parametru este egal cu triplul rădăcinii celei mai mari a numitorului.
 - c) Să se scrie ecuațiile tangentelor la parabolă de la punctul b) , în punctul de abscisă $x = 4$.
 - d) Fie M un punct mobil pe parabolă, A proiecția lui M pe axa Oy și B proiecția lui A pe coarda OM . Să se afle locul geometric descris de punctul B când M variază.
2. Se dă un sistem de axe ortogonale Ox și Oy , punctul $A(1, 0)$ și dreapta (D) de ecuație $x + 1 = 0$.
 - a) Să se scrie ecuația familiei de cercuri care trec prin punctul A și au centrul pe dreapta (D) .
 - b) Fie P și Q punctele de intersecție ale cercurilor cu dreapta (D) , iar M și N punctele de intersecție ale tangentei dusă în A cu tangentele duse în P și Q . Să se afle locul geometric al punctelor M și N .