EXAMEN DE MATURITATE 1962
SESIUNEA IUNIE

1. Se dă o dreaptă (D) şi un punct fix A pe această dreaptă. Fie B un punct variabil pe o dreaptă fixă (D_1), perpendiculară pe (D).

a) Să se afle locul geometric al intersecţiei perpendicularei pe mijlocul segmentului $[AB]$ cu paralela dusă prin B la dreapta (D).

b) Să se arate că locul geometric este o parabolă tangentă la mediatoarea segmentului $[AB]$.

2. Se dă sistemul de axe ortogonale xOy, dreapta (D) fixă, de ecuaţie $x = a$ şi punctul fix $P(b, c)$.

a) Să se scrie ecuaţia cercului care trece prin punctul P şi al cărui diametru este distanţa de la punctul P la dreapta (D).

b) Prin punctul P se duce o dreaptă variabilă care taie dreapta (D) în punctul R. Prin R se duce o paraleă la axa Ox care intersectează perpendiculara dusă în P pe dreapta (RP) în punctul P'. Să se găsească locul geometric al punctului P' când dreapta (RP) variază.

3. Dintr-o bilă sferică de rază R se strunjeşte o piesă în formă de con circular drept, astfel încât pierderea de material să fie minimă. Să se exprime în funcţie de R aria laterală, aria totală şi volumul conului rezultat.

4. Se dă un sistem de axe ortogonale xOy. Fie $A(a, 0)$ un punct fix pe axa Ox şi $B(0, n)$ un punct variabil pe axa Oy.

a) Să se scrie ecuaţia cercului de diametru $[AB]$.

b) În punctele O şi B se duc tangentele la acest cerc, care se intersectează în punctul P. Să se afle aria triunghiului POB.

c) Să se găsească locul geometric al punctului P când punctul B variază.

5. Să se traseze graficul funcţiei $f(x) = \dfrac{3x+2}{(x+1)(x-2)} + x + 1$.

SESIUNEA AUGUST

1. Se dă ecuaţia $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$.

a) Să se rezolve ecuaţia;

b) rădăcinile sale în ordine crescătoare fiind (a, b, c, d), să se scrie ecuaţia elipsei cu semiaxele pe Ox şi Oy egale cu (c, b), şi ecuaţia dreptei (D) ce trece prin $A(a, 0)$ şi $B(0, d)$, precum şi ecuaţia tangentelor la elipsă, paralele cu dreapta (D).

2. Să se construiască graficul funcţiei $f(x) = \dfrac{x^2 - 16x}{x+2}$.

3. Se dă pătratul $OABC$ ale cărui vârfuri au coordonatele $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $B(0, a)$, $C(a, a)$.

Pe latura BC se consideră un punct variabil P. Perpendiculara dusă în P pe dreapta OP taie latura AC în L. Se cere:

a) Să se afle locul geometric al punctului de intersecţie al dreptei OL cu paralela dusă prin P la dreapta OB.

b) Să se scrie ecuaţia cercului circumscris triunghiului OPB şi apoi ecuaţia tangentei la cerc în punctul P. Să se afle locul geometric al punctului de intersecţie al acestei tangente cu paralela la Oy dusă prin mijlocul segmentului $[OP]$.