EXAMEN DE BACALAUREAT 1979
SESIUNEA IUNIE

A. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + ax + b}{4(x-1)}$, unde a şi b sunt doi parametri reali.

1. Să se determine a şi b astfel încât graficul funcţiei f să fie tangent axei Ox în punctul de abscisă $x = 4$.

2. Să se reprezinte grafic funcţia $g : \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \dfrac{x^2 - 8x + 16}{4(x-1)}$.

3. Să se calculeze aria suprafeţei mărginită de graficul funcţiei g, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = -2$ şi $x = 0$.

4. Să se discute numărul rădăcinilor reale ale ecuaţiei

$$\frac{x^2 - 8x + 16}{4(x-1)} - \frac{\lambda}{x-1} = 0,$$

după valorile parametrului real λ.

B. Se consideră un tetraedru regulat având muchia de lungime a.

1. Să se calculeze în funcţie de a lungimea segmentului de dreaptă care uneşte mijloacele a două muchii opuse.

2. Să se arate că $\cos p = \cos^2 q$, unde p este unghiul diedru al tetredrului regulat, iar q este unghiul dintre o faţă şi muchia determinată de intersecţia altor două feţe ale tetraedrului.

3. Să se calculeze raza R a sferei circumscrise tetraedrului în funcţie de muchia a.

4. Să se determine volumul minim al unui con circular drept, circumscris sferei de la punctul 3.

SESIUNEA AUGUST

A. **1.** Să se rezolve ecuaţia $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$.

2. Să se rezolve ecuaţia $4\sin x = \sin 2x + 2\sin^2 x$.

3. Să se rezolve şi să se discute după parametrul real a sistemul

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{cases}.$$

4. Se consideră un trapez isoscel cu baza mare 10 cm, baza mică 6 cm şi unghiul ascuţit al bazei $45°$. Să se determine volumul corpului obţinut prin rotaţia completă a trapezului în jurul bazei mari.

5. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx^3 - 3x + 2$, unde m este un parametru real.

a) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel ca tangenta la grafic în punctul de abscisă $x = 1$ să fie paralelă cu axa $x'x$.

b) Pentru m determinat la punctul a) să se reprezinte grafic funcţia astfel obţinută.

B. **1.** Să se rezolve ecuaţia $\log_2 x + \log_4 x = 3$.

2. Să se rezolve ecuaţia $\sin x + \cos x = 1$.

3. Să se rezolve ecuaţia

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + 3x + 4 = 0,$$

unde a şi b sunt parametri reali, ştiind că admite rădăcina dublă $x = 1$.

4. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC ($m(\sphericalangle A) = 90°$), în care $AB = 3$ cm şi $AC = 4$ cm. Ştiind că punctul A' este proiecţia punctului A pe ipotenuza BC, să se calculeze volumul corpului obţinut prin rotaţia completă a triunghiului ABC în jurul înălţimii AA'.

5. Se consideră funcţia

$$f : \mathbb{R}\backslash\{2\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{a}{x-2},$$

unde a este un parametru real diferit de zero.

a) Să se determine a astfel ca tangenta la curbă în punctul de intersecţie cu axa Oy să formeze cu Ox un unghi de $135°$.

b) Pentru a determinat la punctul a), să se construiască graficul funcţiei f.