

EXAMEN DE BACALAUREAT 1980
SESIUNEA IUNIE

I. Se consideră funcția

$$f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{x - 1},$$

unde a și b sunt două numere reale.

- 1.** Să se determine a și b astfel încât graficul funcției f să admită ca asimptotă oblică dreapta de ecuație $y = x + 2$.
- 2.** Pentru $a = b = 1$, să se studieze variația funcției f și să se reprezinte grafic.
- 3.** Să se calculeze aria mulțimii mărginită de graficul funcției f , determinat la punctul **2**, asimptota oblică și dreptele de ecuații $x = 2$ și $x = 3$.

II. Fie $\epsilon = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$ și $\mathbb{Q}(\epsilon)$ mulțimea tuturor numerelor complexe de forma $a + b\epsilon$, cu a, b numere raționale. Să se demonstreze că $\mathbb{Q}(\epsilon)$ este o parte stabilă a lui \mathbb{C} în raport cu adunarea și cu înmulțirea și că formează corp față de operațiile induse.

SESIUNEA AUGUST

I. Se consideră funcția

$$f : \mathbb{R} \setminus \{2, 4\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 6x + 8},$$

unde a și b sunt două numere reale.

- 1.** Să se determine a și b astfel încât graficul funcției f să fie tangent axei Ox în punctul de abscisă $x = 1$.
 - 2.** Pentru $a = -2$ și $b = 1$, să se studieze variația funcției f și să se reprezinte grafic.
 - 3.** Să se calculeze aria mulțimii mărginită de graficul funcției f , determinat la punctul **2**, axa Ox și dreptele de ecuații $x = -2$ și $x = 1$.
- II.** Să se arate că pe intervalul $G = (-1, 1)$ legea $x \star y = \frac{x + y}{1 + xy}$ determină o structură de grup abelian.
- III.** Să se rezolve ecuația $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.