

EXAMEN DE BACALAUREAT 1985
SESIUNEA IUNIE

I. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} xe^x, & \text{dacă } x \leq 0 \\ \frac{x}{1 + \sqrt{x}}, & \text{dacă } x > 0 \end{cases}$.

1. Să se reprezinte grafic funcția $g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.
2. Să se arate că pentru orice $x \leq 0$, avem $f(x) \geq e^x - 1$.
3. Să se calculeze o primitivă a funcției f .

II. Fie M mulțimea matricelor de forma $\begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix}$, unde a, b sunt numere raționale.

1. Să se arate că M este o parte stabilă a inelului matricelor pătratice de ordinul doi cu coeficienți raționali, în raport cu operațiile de adunare și de înmulțire a matricelor.
2. Să se arate că în raport cu operațiile de la punctul 1, M are o structură de corp.
3. Să se stabilească un izomorfism între corpul M și corpul $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$, înzestrat cu operațiile obișnuite de adunare și de înmulțire.