EXAMEN DE BACALAUREAT 1987
SESIUNEA IUNIE

I. Se consideră funcţia $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{\sin x} \cdot \cos x$.

1. Să se calculeze $f(0)$ şi $f(\pi)$.

2. Să se calculeze $f'(0)$, $f''(0)$ şi $\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - 1}{x}$.

3. Să se traseze graficul funcţiei f.

4. Să se calculeze aria suprafeţei mărginite de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele $x = 0$ şi $x = \pi$.

II. 1. Să se figureze relativ la un sistem de axe ortogonal de coordonate dreapta de ecuaţie $x-y-4 = 0$ şi punctul $A(-1, 2)$ şi să se determine coordonatele punctului de pe dreaptă care este cel mai apropiat de A.

2. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ m & 2 \end{pmatrix}$. Să se determine parametrul $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $A^2 - mA = O_2$.

3. Pentru ce valoare a lui $m \in \mathbb{R}$ sistemul $\begin{cases} 4x + my = 0 \\ y - z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$ admite soluţii diferite de soluţia nulă?

4. Să se dea definiţia noţiunii de inel şi să se arate că mulţimea C a funcţiilor continue $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ formează un inel în raport cu adunarea şi înmulţirea. Să se dea exemple de funcţii f, $g \in C$ astfel încât $f \neq 0$, $g \neq 0$ şi $f \cdot g = 0$.

SESIUNEA AUGUST

I. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R}\setminus\{-2, 0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x(x + 2)}$.

1. Să se reprezinte grafic funcţia f.

2. Să se calculeze $\int_1^2 f(x)\, dx$.

II. 1. Să se rezolve ecuaţia $\begin{vmatrix} x & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0$.

2. Se dau punctele $A(-4, 0)$, $B(4, 4)$. Să se scrie ecuaţia cercului circumscris triunghiului AOB, unde O este originea axelor.

III. 1. Să se rezolve în $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{3}x + \hat{4} = \hat{1}$.

2. Fie $K = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\}$. Să se arate că mulţimea K este o parte stabilă a mulţimii $\mathscr{M}_2(\mathbb{Q})$ în raport cu adunarea şi înmulţirea şi că formează un corp comutativ în raport cu operaţiile induse.