EXAMEN DE BACALAUREAT 1988
SESIUNEA IUNIE

I. Fie funcţia $f : [1, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{3}{9x^2 - 3x - 2}$.

1. Să se calculeze cu două yecimale exacte valoare $f(1,25)$ şi să se rezolve inecuaţia:

$$21f(x) + 10f'(x) \leq 0.$$

2. Să se reprezinte grafic funcţia f (fără derivata a doua) şi să se determine aria triunghiului format de tangenta la grafic în punctul de abscisă 1 şi de dreptele $x = 1$, $y = 0$.

3. Să se calculeze limitele $L_1 = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} f(k)$ şi $L_2 = \lim\limits_{A\to\infty} \int_1^A f(x)\,dx$.

4. Să se dea un exemplu de funcţie $g : [1, \infty) \to \mathbb{R}$, care să fie discontinuă şi $|g| = f$.

II. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & 0 & 0 \\ m & 0 & m \end{pmatrix}$, unde $m \in \mathbb{R}$.

1. Să se determine m astfel încât matricele A şi B să aibă acelaşi rang.

2. Să se rezolve ecuaţia matriceală $B \cdot X \cdot A = O_2$.

3. Să se arate că inelul $\mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ este necomutativ.

4. Pentru orice întreg $k \geq 1$, să se calculeze A^k şi să se arate că $B^k \neq O_2$, oricarear fi m real.