EXAMEN DE BACALAUREAT 1989
SESIUNEA IUNIE

I. Fie G mulţimea matricelor de forma $\begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -a & 1 & -\frac{a^2}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$. Să se arate că:

1. G este o parte stabilă a lui $\mathscr{M}_3(\mathbb{R})$ în raport cu înmulţirea.

2. $(\mathbb{C}, \cdot)$ este un grup izomorf cu $(\mathbb{R}, +)$.

II. Fie triunghiul ABC, unde $(AB): x - 2y + 3 = 0$, $(BC): 3x + 2y + 1 = 0$, $(CA): 2x - 2y - 3 = 0$.

1. Să se găsească coordonatele vârfurilor A, B, C.

2. Să se determine ecuaţia înălţimii din A.

III. **1.** Să se analizeze continuitatea funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{3x^2+1} - 1}{x^2}, & \text{dacă } x \neq 0 \\ \dfrac{3}{2}, & \text{dacă } x = 0 \end{cases}$.

2. Să se arate că nu există nicio funcţie continuă $f : [0,1] \to (0,1)$ astfel încât $f([0,1]) = (0,1)$.

IV. **1.** Să se calculeze aria mulţimii $\Gamma_{f,g}$, ştiind că $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$, $g(x) = x$, $x \in [2,4]$.

2. Să se arate că $\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left(2 - e^{-x^2}\right)\, dx \geq 1$.

SESIUNEA AUGUST

I. **1.** Să se alcătuiască tabelele operaţiilor induse pe $\mathbb{Z}_6 \subset \mathbb{Z}$ de adunarea şi înmulţirea modulo 6.

2. Să se determine rădăcinile din $\mathbb{Z}_6$ ale polinomului $F = \hat{3}X^2 + \hat{3}X \in \mathbb{Z}_6[X]$.

II. Să se găsească ecuaţia dreptei ce trece prin punctul $M(1,1)$ şi care intersectează semiaxele pozitive Ox, Oy în punctele A şi B, astfel încât triunghiul dreptunghic AOB să aibă aria egală cu a. Discuţie.

III. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}x + x^2 \sin\dfrac{1}{x}, & \text{dacă } x \neq 0 \\ 0, & \text{dacă } x = 0 \end{cases}$.

1. Să se calculeze derivata funcţiei f.

2. Să se arate că restricţia lui f la intervalul $(-1,1)$ nu este crescătoare.

IV. **1.** Să se calculeze primitivele $\displaystyle\int \frac{1}{x(x+1)}\, dx$, $\displaystyle\int x \sin x\, dx$.

2. Presupunem că $a < b$ şi că f, $g : [a,b] \to \mathbb{R}$ sunt funcţii continue cu proprietatea

$$\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^b g(x)\, dx.$$

Să se arate că există $x_0 \in [a,b]$ astfel încât $f(x_0) = g(x_0)$.