EXAMEN DE BACALAUREAT 1990
SESIUNEA IUNIE

I. Fie $P(x) = x^3 - 3x + 2$, $x \in \mathbb{R}$.

1. Să se rezolve ecuaţia $P'(x) = 0$.

2. Să se reprezinte grafic funcţia $f : (1, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{P'(x)}{P(x)}$.

3. Să se calculeze integrala $\displaystyle\int_2^3 \frac{P(x) \cdot P''(x) - [P'(x)]^2}{[P(x)]^2}\, dx$.

II. **1.** Pentru oricare a, $b \in \mathbb{R}$ se notează $a \star b = a + b + 10$. Să se arate că $(\mathbb{R}, \star)$ este un grup abelian.

2. Să se determine parametrul real m dacă sistemul $\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ 2x - y + mz = 0 \\ 4x + y + 5z = 0 \end{cases}$ admite soluţii nenule şi apoi să se calculeze raportul $\dfrac{x + y}{x + z}$, $z \neq 0$.

3. Să se dea un exemplu de inel finit şi necomutativ.

SESIUNEA AUGUST

I. Fie $P(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 1$, unde a, $x \in \mathbb{R}$.

1. Să se determine parametru real a, astfel încât $P'(1) - 12 = 0$.

2. Pentru $a = 3$, să se reprezinte grafic funcţia $f : \mathbb{R}\backslash\{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{P'(x)}{P(x)}$.

3. Pentru $a = 3$, să se calculeze integrala $\displaystyle\int_2^5 \frac{P(x)}{P'(x)}\, dx$.

II. Se dă sistemul $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x + my + z = 2 \\ x - 3y + 2z = 3 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}$.

1. Să se determine valorile parametrului real m pentru care sistemul admite soluţie unică.

2. Pentru $m = 10$, să se rezolve sistemul.

3. Fie $H = \{-1, -i, 1, i\}$ inclus în $\mathbb{C}$. Arătaţi că H este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}, \cdot)$.