EXAMEN DE BACALAUREAT 1993
SESIUNEA IUNIE

I. **1.** Să se discute, după valorile parametrului real m, soluţiile sistemului:

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + y + mz = 1 \end{cases}.$$

2. Să se arate că pentru orice a, $b \in \mathbb{R}$ ecuaţia $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + ax + b = 0$ are cel mult două rădăcini reale.

3. Fie intervalul $G = (-1, 1)$. Să se arate că:

a) dacă x, $y \in G$, atunci $\dfrac{x+y}{1+xy} \in G$;

b) $(G, \star)$ este grup abelian, unde "$\star$" este legea de compoziţie definită prin $x \star y = \dfrac{x+y}{1+xy}$, $(\forall)$ x, $y \in G$.

II. Se consideră funcţia $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{x(x+a)}$, unde a este un parametru real.

1. Să se determine parametrul real a, ştiind că graficul funcţiei trece prin punctul $A(1, 1)$.

2. Pentru $a = 2$, să se studieze variaţia şi să se reprezinte grafic funcţia.

3. Să se calculeze aria domeniului plan cuprins între graficul funcţiei de la punctul 2, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = 1$ şi $x = 2$.

III. Se dă cercul de ecuaţie:

$$x^2 + y^2 - 6x + 3y - 5 = 0.$$

1. Să se determine centrul şi raza cercului.

2. Să se scrie ecuaţia tangentei la cerc în punctul $B(-1, -2)$.