EXAMEN DE BACALAUREAT 1996
SESIUNEA IUNIE

I. Să se reprezinte grafic funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ şi să se calculeze $\displaystyle\int_1^{e^2} f(x)\,dx$.

II. **1.** Să se rezolve şi să se discute sistemul de ecuaţii: $\begin{cases}(1+\lambda)x+y+z=1\\ x+(1+\lambda)y+z=\lambda\\ x+y+(1+\lambda)z=\lambda^2\end{cases}$.

2. Se dă matricea $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}$. Să se determine A^n, unde $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 1$.

III. **1.** Fie $G=(0,\infty)\backslash\{1\}$. Arătaţi că $(x,y)\mapsto x\star y=x^{\ln y}$ este o lege de compoziţie pe G şi că $(G,\star)$ este grup comutativ.

2. Fie familia de funcţii de gradul al doilea

$$f_m(x)=mx^2+2(m+1)x+m+2,$$

unde $m\in\mathbb{R}^*$.

a) Să se arate că vârfurile parabolelor asociate acestor funcţii se găsesc pe dreapta de ecuaţie $y=x+1$.

b) Dacă A şi B sunt punctele de intersecţie ale unei paralele oarecare la $x'x$ şi F proiecţia vârfului V al parabolei pe $x'x$, să se arate că oricare ar fi $m\in\mathbb{R}^*$, $AB=2\cdot FV$.

c) Să se arate că toate parabolele definite prin $f_m(x)=mx^2+2(m+1)x+m+2$, $m\in\mathbb{R}^*$, trec printr-un punct fix.