BACALAUREAT 2003
SESIUNEA SPECIALĂ

M1

Filiera teoretică, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocaţională, profil Militar, specializarea matematică - informatică.

♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**

♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**

♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul ∘, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul ×.**

În inelul $\mathscr{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$.

1. Câte elemente are mulţimea $\mathscr{M}_2(\mathbb{Z}_2)$?

a) 16; **b)** 8; **c)** 10; **d)** 12.

2. Câte soluţii are ecuaţia $X^2 = O_2$ în $\mathscr{M}_2(\mathbb{Z}_2)$?

a) 5; **b)** 4; **c)** 3; **d)** 6.

3. Câte elemente inversabile faţă de înmulţire are inelul $\mathscr{M}_2(\mathbb{Z}_2)$?

a) 8; **b)** 4; **c)** 7; **d)** 6.

4. Pentru care din următoarele matrice $A, B \in \mathscr{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ avem $AB \neq BA$?

a) $A = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$; **b)** $A = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}$;

c) $A = I_2$, $B = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}$; **d)** $A = O_2$, $B = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$.

5. Care din următoarele ecuaţii este verificată de toate elementele inelului $\mathscr{M}_2(\mathbb{Z}_2)$?

a) $X^4 = X^2$; **b)** $X^6 = X^2$; **c)** $X^8 = X^2$; **d)** $X^4 = X$.

Se consideră polinomul $f = X^4 - 3X + 1$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

6. Suma $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

a) 3; **b)** 0; **c)** -3; **d)** 4.

7. Produsul $f(1)f(-1)$ este:

a) 5; **b)** -5; **c)** 1; **d)** -1.

8. Numărul de rădăcini raţionale ale polinomului f este:

a) 4; **b)** 2; **c)** 0; **d)** 1.

9. Suma $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$ este:

a) 16; **b)** 0; **c)** 4; **d)** -4.

10. Mulţimea $A = \{x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} \mid f(x) \in \mathbb{Z}\}$ este:

a) Formată dintr-un element;
b) Infinită;
c) Finită, având cel puţin 2 elemente;
d) Vidă.

11. Mulţimea $B = \{x \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q} \,|\, f(x) \in \mathbb{N}\}$ este:

a) Formată dintr-un element;
b) Infinită;
c) Finită, având cel puţin 2 elemente;
d) Vidă.

12. Egalitatea $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(c+a)$, unde a, b, $c \in \mathbb{C}$, are loc:

a) $(\forall)$ a, b, $c \in \mathbb{C}$; **b)** Numai dacă $a = 0$; **c)** Numai dacă $a = b = c$; **d)** Numai dacă $a = b$.

13. Numărul de soluţii complexe ale ecuaţiei $(x^2 - x + 2)^3 = x^6 - x^3 + 8$ este:

a) 3; **b)** 6; **c)** 4; **d)** 5.

14. Suma soluţiilor reale ale ecuaţiei $(2^x - 3^x + 5^x)^3 = 8^x - 27^x + 125^x$ este:

a) 1; **b)** 0; **c)** -1; **d)** $\frac{1}{2}$.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$.

15. Ecuaţia $f(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$, are suma soluţiilor:

a) 10; **b)** 0; **c)** -10; **d)** 4.

16. Ecuaţia $f'(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$, are numărul soluţiilor:

a) 0; **b)** 2; **c)** 1; **d)** 3.

17. Numărul punctelor de extrem local ale funcţiei f este:

a) 1; **b)** 4; **c)** 3; **d)** 2.

Pentru fiecare număr natural nenul n, notăm cu $U_n = \{z \in \mathbb{C} \,|\, z^n = 1\}$.

18. Numărul i aparţine mulţimii:

a) U_6; **b)** U_2; **c)** U_4; **d)** U_3.

19. Numărul de elemente ale mulţimii U_4 este:

a) 7; **b)** 6; **c)** 5; **d)** 4.

20. Suma elementelor mulţimii U_4 este:

a) 0; **b)** 1; **c)** 4; **d)** -1.

21. Numărul de elemente ale mulţimii $U_6 \cup U_{15}$ este:

a) 21; **b)** 20; **c)** 19; **d)** 18.

22. Mulţimea $U_6 \cap U_4$ este:

a) U_2; **b)** U_{12}; **c)** U_{24}; **d)** U_{10}.

23. Suma elementelor mulţimii $U_6 \cup U_{10} \cup U_{15}$ este:

a) 0; **b)** 3; **c)** -1; **d)** 1.

Se consideră funcţia $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$ şi integralele $I_n(p)$, unde n, $p \in \mathbb{N}^*$, $I_n(p) = \int_0^1 (1 - x^p)^n \, dx$.

24. $I_1(p) = \int_0^1 (1 - x^p) \, dx$, $p \in \mathbb{N}^*$, este:

a) $1 - p$; **b)** $\frac{p}{p+1}$; **c)** $\frac{1}{p}$; **d)** $1 - \frac{1}{p}$.

25. Pentru ce valori n, $p \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$, are loc egalitatea $I_n(p) = \frac{np}{np+1} I_{n-1}(p)$?

(Se poate folosi eventual metoda integrării prin părţi)

a) $(\forall)$ n, $p \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$; **b)** Numai când $n < p$;
c) Numai când $n > p$; **d)** Numai când $n = p$.

26. Pentru ce valori ale lui $n \in \mathbb{N}^*$ are loc egalitatea $I_n = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \cdot \ldots \cdot \frac{n^2}{n^2+1}$?

a) Numai pentru $n < 2003$; **b)** Numai pentru $n = 2003$;
c) $(\forall)\ n \in \mathbb{N}^*$; **d)** Numai pentru $n > 2003$.

27. $f'(x)$, $x > 0$, este:

a) $x(\ln x - 1)$; **b)** $\frac{1}{x^2 - 1}$; **c)** $\frac{1}{x}$; **d)** x.

28. Mulţimea tuturor valorilor lui $x \in (0, \infty)$ pentru care avem simultan inegalităţile $\frac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln x < \frac{1}{x}$, este:

(Se poate folosi eventual teorema lui Lagrange)

a) $(0, 1)$; **b)** $(0, \infty)$; **c)** $(1, \infty)$; **d)** $(0, e)$.

29. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(1 + \frac{1}{2n}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$ este:

a) ∞; **b)** 1; **c)** 2; **d)** e.

30. $\lim\limits_{n\to\infty} I_n(n)$ este:

a) ∞; **b)** $0,5$; **c)** 0; **d)** 1.

SESIUNEA SPECIALĂ

M1

Filiera teoretică, specializarea Ştiinţe ale naturii; Filiera tehnologică, profil Tehnic, toate specializările - pentru absolvenţii claselor a XII-a, promoţia 2003

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Se consideră şirul $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$, definit prin $I_0(x) = 1$ şi $I_{n+1}(x) = \int_0^x I_n(t)\,dt$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$.

1. Suma $I_0(1) + I_0(2) + \ldots + I_0(2003)$ este:

a) 0; **b)** 2003; **c)** 2002; **d)** 2004.

2. $I_1(x)$, $x \in \mathbb{R}$, este:

a) x; **b)** 1; **c)** $\frac{x}{2}$; **d)** 0.

3. $I_{10}(x)$, $x \in \mathbb{R}$, este:

a) $\frac{x}{10}$; **b)** $10!x^{10}$; **c)** $\frac{x^{10}}{10!}$; **d)** x^{10}.

4. $\lim\limits_{n\to\infty} I_n(x)$, $x \in \mathbb{R}$, este:

a) e; **b)** 0; **c)** ∞; **d)** $-\infty$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{I_0(1) + I_1(1) + \ldots + I_n(1)}{n}$ este:

a) ∞; **b)** 1; **c)** e; **d)** 0.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-4,3)$, $C(0,-5)$ şi $O(0,0)$.

6. Suma $OA + OB + OC$ este:

a) 15; **b)** 12; **c)** 10; **d)** 11.

7. Punctele A, B şi C se află pe curba:

a) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$; **b)** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$; **c)** $x + y = 7$; **d)** $x^2 + y^2 = 25$.

8. Ecuaţia dreptei AB este:

a) $x^2 + y^2 = 25$; **b)** $7x = y + 25$; **c)** $7y = x + 25$; **d)** $(xy)^2 = 12^2$.

9. Panta dreptei AC este:

a) $\frac{1}{9}$; **b)** $\frac{1}{3}$; **c)** 9; **d)** 3.

10. Aria triunghiului ABC este:

a) 35; **b)** 30; **c)** 60; **d)** 25.

11. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este:

a) 4; **b)** 5; **c)** 3; **d)** $4,5$.

Se consideră polinomul $f = X^4 - 5X^2 + 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, $x_4 \in \mathbb{C}$.

12. Câte rădăcini reale are polinomul f?

a) 2; **b)** 0; **c)** 4; **d)** 3.

13. Câte rădăcini raţionale are polinomul f?

a) 1; **b)** 0; **c)** 3; **d)** 2.

14. Suma $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

a) 5; **b)** 0; **c)** 1; **d)** -5.

15. Suma $x_1^{2003} + x_2^{2003} + x_3^{2003} + x_4^{2003}$ aparţine mulţimii:

a) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; **b)** $\mathbb{N}$; **c)** $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; **d)** $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.

Se consideră funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} x - x + \dfrac{x^3}{3}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - \dfrac{x^5}{5}$, $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = \operatorname{arctg} x$.

16. $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$, este:

a) $-\dfrac{x^4}{1+x^2}$; **b)** $\dfrac{x^2}{1+x^2}$; **c)** $\dfrac{x^4}{1+x^2}$; **d)** $-\dfrac{1}{1+x^2}$.

17. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x^5}$ este:

a) $\dfrac{1}{5}$; **b)** $-\dfrac{1}{5}$; **c)** 0; **d)** ∞.

18. $g'(x)$, $x \in \mathbb{R}$, este:

a) $-\dfrac{x^6}{1+x^2}$; **b)** $\dfrac{x^4}{1+x^2}$; **c)** $\dfrac{x^6}{1+x^2}$; **d)** $-\dfrac{x^4}{1+x^2}$.

19. $(f(0))^2 + (g(0))^2$ este:

a) 1; **b)** 0; **c)** π; **d)** 2^2.

20. Mulţimea valorilor reale ale lui x, pentru care avem adevărate simultan inegalităţile următoare $x - \dfrac{x^3}{3} < \operatorname{arctg} x < x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5}$, este:

a) $(0, \infty)$; **b)** $(0, 1)$; **c)** $(1, \infty)$; **d)** $(-\infty, 0)$.

21. Aria suprafeţei plane mărginită de axa Ox, graficul funcţiei h, dreptele de ecuaţii $x = 0$ şi $x = 1$ este un număr cuprins în intervalul:

a) $(0,46; 0,48)$; **b)** $(0,45; 0,46)$; **c)** $(0,48; 0,5)$; **d)** $(0,41; 0,45)$.

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie "$\circ$" definită prin $x \circ y = x + y + 1$. Se ştie că legea este asociativă.

22. Elementul neutru al legii "$\circ$" este:

a) -2; **b)** 0; **c)** 1; **d)** -1.

23. Simetricul elementului $x \in \mathbb{R}$, faţă de legea "$\circ$" este:

a) $-x + 1$; **b)** $-x - 1$; **c)** $-x$; **d)** $-2 - x$.

24. Elementul $(-10) \circ (-9) \circ \ldots \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 10$ este:

a) 20; **b)** 21; **c)** 19; **d)** 22.

25. Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $4^x \circ 2^x = 21$ este:

a) 0; **b)** 1; **c)** 3; **d)** 2.

În mulţimea $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

26. Matricea A^2 este:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; **b)** O_2; **c)** $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; **d)** A.

27. Mulţimea $\{X \in \mathscr{M}_2(\mathbb{C}) \,|\, XA = AX\}$ este:

a) $\left\{\begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \,|\, a \in \mathbb{C}\right\}$; **b)** $\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix} \,|\, a, b, c \in \mathbb{C}\right\}$;
c) $\left\{\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix} \,|\, a, b \in \mathbb{C}\right\}$; **d)** $\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \,|\, a, b \in \mathbb{C}\right\}$.

28. Determinantul matricei A este:

a) 0; **b)** 1; **c)** -1; **d)** 10.

29. Ecuaţia $Z^2 = O_2$ are în $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$:

a) Un număr finit de soluţii, strict mai mare decât 1; **b)** Exact o soluţie;
c) O infinitate de soluţii; **d)** Nici o soluţie.

30. Ecuaţia $Y^2 = A$ are în $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$:

a) Nici o soluţie; **b)** Exact o soluţie;
c) Un număr finit de soluţii, strict mai mare decât 1; **d)** O infinitate de soluţii.

BACALAUREAT 2003
SESIUNEA IUNIE

M1

Filiera teoretică, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocaţională, profil Militar, specializarea matematică - informatică.

$\diamondsuit$ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**

$\diamondsuit$ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**

$\diamondsuit$ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

$\diamondsuit$ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

1. Produsul $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \ldots \cdot \hat{5}$, calculat în $\mathbb{Z}_6$ este:

a) $\hat{0}$; **b)** $\hat{2}$; **c)** $\hat{1}$; **d)** $\hat{3}$.

2. Suma $\hat{1} + \hat{2} + \ldots + \hat{5}$, calculată în $\mathbb{Z}_6$ este:

a) $\hat{0}$; **b)** $\hat{2}$; **c)** $\hat{1}$; **d)** $\hat{3}$.

3. Care este ordinul elementului $\hat{2}$ în grupul $(\mathbb{Z}_6, +)$?

a) 4; **b)** 6; **c)** 2; **d)** 3.

4. Câte soluţii are în inelul $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{3} \cdot \hat{x} = \hat{0}$?

a) 3; **b)** 4; **c)** 1; **d)** 2.

Se consideră şirurile $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ şi $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $a_n = \frac{1}{2^{1^2}} + \frac{1}{2^{2^2}} + \frac{1}{2^{3^2}} + \ldots + \frac{1}{2^{n^2}}$ şi $b_n = a_n + \frac{1}{2n \cdot 2^{n^2}}$, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}^*$.

5. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N}^* \mid a_n < a_{n+1}\}$, este:

a) Formată dintr-un element; **b)** $\emptyset$;
c) Finită, având cel puţin 2 elemente; **d)** $\mathbb{N}^*$.

6. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N}^* \mid b_n > b_{n+1}\}$, este:

a) $\mathbb{N}^*$; **b)** Formată dintr-un element;
c) $\emptyset$; **d)** Finită, având cel puţin 2 elemente.

7. Ştiind că şirurile $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ şi $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ sunt convergente, notăm $a = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$ şi $b = \lim\limits_{n\to\infty} b_n$. Atunci $a - b$ este:

a) 1; **b)** $0,25$; **c)** 0; **d)** $0,5$.

8. Numărul $a = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$ aparţine mulţimii:

a) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$; **b)** $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$; **c)** $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$; **d)** $\mathbb{N}$.

Se consideră polinomul $f = X^4 - 14X^2 + 9$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$, elementul $a = \sqrt{2} + \sqrt{5}$ şi mulţimile $A = \{g(a) \mid g \in \mathbb{Z}[X]\}$, $B = \{g(a) \mid g \in \mathbb{Z}[X],\ \mathrm{grad}(g) \le 3\}$.

9. Care dintre elementele următoare nu este rădăcină a polinomului f?

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; **b)** $\sqrt{2} + \sqrt{5}$; **c)** $-\sqrt{2} + \sqrt{5}$; **d)** $\sqrt{2} - \sqrt{5}$.

10. Suma $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

a) -14; **b)** 0; **c)** 14; **d)** 4.

11. Produsul $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ este:

a) -9; **b)** 0; **c)** 9; **d)** 14.

12. Dacă $p\sqrt{2}+q\sqrt{5}+r\sqrt{10}+s=0$, cu p, q, r, $s\in\mathbb{Q}$, atunci $2p+5q+10r+s$ este:

a) 5; **b)** 0; **c)** 7; **d)** 2.

13. Mulţimea $A-B$ este:

a) Formată dintr-un element; **b)** Infinită;
c) Finită, având cel puţin 2 elemente; **d)** $\emptyset$.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(n,n^2)$, $n\in\mathbb{N}$.

14. Panta dreptei A_0A_1 este:

a) 2; **b)** -2; **c)** 1; **d)** -1.

15. Ecuaţia dreptei A_0A_1 este:

a) $x+y=0$; **b)** $y=x^2$; **c)** $x^2+y=0$; **d)** $y=x$.

16. Lungimea segmentului A_1A_2 este:

a) 4; **b)** $\sqrt{10}$; **c)** 10; **d)** 3.

17. Aria triunghiului $A_nA_{n+1}A_{n+2}$ este:

a) $n+1$; **b)** n; **c)** 1; **d)** 2.

18. Numărul dreptelor care trec prin câte 2 puncte din mulţimea $\{A_1,A_2,\ldots,A_5\}$ este:

a) 9; **b)** 10; **c)** 8; **d)** 20.

19. Câte triunghiuri au vârfurile în mulţimea $\{A_1,A_2,\ldots,A_5\}$?

a) 5; **b)** 20; **c)** 15; **d)** 10.

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x$. Notăm prin $f^{(n)}(x)$, derivata de ordinul n a funcţiei f, în punctul x.

20. Care dintre elementele următoare este perioadă pentru funcţia f?

a) 2π; **b)** 3π; **c)** $\frac{\pi}{2}$; **d)** π.

21. Câte puncte de maxim local are funcţia f în intervalul $[0,11\pi]$?

a) 11; **b)** 5; **c)** 6; **d)** 10.

22. Aria suprafeţei plane cuprinsă între graficul funcţiei f, axa Ox şi de dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=2\pi$, este:

a) 2; **b)** 3; **c)** 0; **d)** 4.

23. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\int_0^x |f(t)|\,dt}{x}$ este:

a) ∞; **b)** 1; **c)** 0; **d)** $\frac{2}{\pi}$.

24. Lungimea maximă a unui interval inclus în $[0,2\pi]$, pe care funcţia f este convexă, este:

a) π; **b)** $\frac{3\pi}{2}$; **c)** $\frac{\pi}{2}$; **d)** 2π.

25. $f^{(2004)}(0)$ este:

a) 0; **b)** $0,5$; **c)** -1; **d)** 1.

Se consideră matricele $A\in\mathscr{M}_{3,4}(\mathbb{C})$, $A=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&1\\0&0&1&1\end{pmatrix}$ şi $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

26. Rangul matricei A este:

a) 4; **b)** 3; **c)** 2; **d)** 1.

27. Soluţia sistemului $\begin{cases} x+y+z+t=1 \\ y+z+t=0 \\ z+t=0 \end{cases}$, $(x,y,z,t) \in \mathbb{C}\times\mathbb{C}\times\mathbb{C}\times\mathbb{C}$, este:

a) $(1,1,-1,-1)$; **b)** $(1,0,\lambda,-\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{C}$; **c)** $(-1,1,-1,1)$; **d)** $(1,-1,1-1)$.

28. Ecuaţia $AX = I_3$, cu $X \in \mathscr{M}_{3,4}(\mathbb{C})$:

a) Nu are soluţie; **b)** Are un număr finit de soluţii strict mai mare decât 1;
c) Are o infinitate de soluţii; **d)** Are o singură soluţie.

29. Matricea I_3A are suma elementelor:

a) 10; **b)** 0; **c)** 9; **d)** 12.

30. Mulţimea $\{Y \in \mathscr{M}_{3,4}(\mathbb{C}) \,|\, \det(YA) \neq 0\}$ este:

a) Formată dintr-un număr finit de elemente, cel puţin egal cu 2;
b) Vidă;
c) Infinită;
d) Formată dintr-un element.

Filiera teoretică, specializarea Ştiinţe ale naturii
Filiera tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**

♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**

♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul ○, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul ×.**

1. Suma $1 + 2 + \ldots + 2003$ este:

a) $2003 \cdot 2004$; **b)** $2003 \cdot 1001$; **c)** $2003 \cdot 1002$; **d)** $2002 \cdot 1002$.

2. Produsul $\cos 0° \cdot \cos 1° \cdot \ldots \cdot \cos 179° \cdot \cos 180°$ este:

a) $-\frac{1}{2^{30}}$; **b)** $\frac{1}{2^{10} \cdot 3^{10}}$; **c)** 0; **d)** $\frac{1}{2^{30}}$.

3. Suma $1 + i + i^2 + \ldots + i^{2003}$ este:

a) 1; **b)** 0; **c)** i; **d)** $1 + i$.

4. Produsul $1 \cdot i \cdot i^2 \cdot \ldots \cdot i^{2003}$ este:

a) -1; **b)** 1; **c)** i; **d)** $-i$.

5. Suma $\hat{0} + \hat{1} + \hat{2} + \ldots + \hat{12}$ în $\mathbb{Z}_{13}$ este:

a) $\hat{6}$; **b)** $\hat{7}$; **c)** $\hat{1}$; **d)** $\hat{0}$.

Se consideră şirul $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $I_n = n\int_0^1 x^n \sin x \, dx$.

6. $I_1 = \int_0^1 x \sin x \, dx$ este:

a) $\sin 1$; **b)** $\sin 1 + \cos 1$; **c)** $\cos 1 - \sin 1$; **d)** $\sin 1 - \cos 1$.

7. Dacă $g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ este o funcţie continuă, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \int_0^1 x^n g(x) \, dx$ este:

a) $g(0, 5)$; **b)** $g(1)$; **c)** 0; **d)** $g(0)$.

8. Egalitatea $I_n = \sin 1 - \int_0^1 x^n (x \cos x + \sin x) \, dx$, $n \in \mathbb{N}^*$, este adevărată:

(*Se poate utiliza metoda integrării prin părţi*)

a) Pentru exact o valoare a lui $n \in \mathbb{N}^*$;
b) Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$;
c) Pentru nici o valoare a lui $n \in \mathbb{N}^*$;
d) Pentru un număr finit, strict mai mare decât 1, de valori ale lui $n \in \mathbb{N}^*$.

9. $\lim\limits_{n\to\infty} I_n$ este:

a) $\sin 1$; **b)** $\cos 1$; **c)** $\sin 1 + \cos 1$; **d)** $\sin 1 - \cos 1$.

Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu catetele $AB = 3$ şi $AC = 4$.

10. Lungimea ipotenuzei BC este:

a) $\sqrt{12}$; **b)** 6; **c)** 7; **d)** 8.

11. Aria triunghiului ABC este:

a) 12; **b)** 6; **c)** 9; **d)** 8.

12. $\cos B$ este:

a) $0,75$; **b)** $0,6$; **c)** $0,8$; **d)** $0,7$.

13. Lungimea înălţimii care cade pe ipotenuză este:

a) 3; **b)** 2; **c)** $2,4$; **d)** 4.

14. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este:

a) $2,5$; **b)** 3; **c)** 2; **d)** 4.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R}\backslash\{-1,-2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$.

15. Câte asimptote verticale are graficul funcţiei f?

a) 2; **b)** 3; **c)** 1; **d)** 0.

16. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-f(0)}{x}$ este:

a) $0,75$; **b)** 1; **c)** $-0,75$; **d)** -1.

17. Expresia $f(x) - \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2}$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}\backslash\{-1,-2\}$, este:

a) $-\dfrac{2}{x+1}$; **b)** $\dfrac{2}{x+2}$; **c)** 0; **d)** $2f(x)$.

18. Care este mulţimea valorilor lui $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care $f(1)+f(2)+\ldots+f(n) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{n+2}$?

a) $\emptyset$; **b)** $\mathbb{N}^*$;
c) Este formată din exact un element; **d)** Este finită, conţinând cel puţin 2 elemente.

19. $\lim\limits_{n\to\infty} (f(1)+f(2)+\ldots+f(n))$ este:

a) $0,5$; **b)** 2; **c)** 1; **d)** ∞.

20. $\lim\limits_{n\to\infty} n \cdot \left(f(1)+f(2)+\ldots+f(n) - \dfrac{1}{2}\right)$ este:

a) $-\infty$; **b)** -1; **c)** 1; **d)** ∞.

21. Egalitatea $(a^2+b^2)(c^2+d^2) = (ac+bd)^2 + (ad-bc)^2$, $a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{C}$, este adevărată:

a) Numai dacă $a = b$; **b)** Numai dacă $a = d$; **c)** Pentru orice $a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{C}$; **d)** Numai dacă $a = c$.

22. Dacă $(a^2+b^2)(c^2+d^2) - (ac+bd)^2 = 0$, atunci:

a) $a+b+c+d = 0$; **b)** $ad = bc$; **c)** $ac+bd = 0$; **d)** $a+d = b+c$.

23. Numărul de elemente ale mulţimii $\{x \in \mathbb{R} \mid 5(x^4+x^2) = (2x^2+x)^2\}$ este:

a) 0; **b)** 3; **c)** 1; **d)** 2.

24. Suma pătratelor soluţiilor reale ale ecuaţiei $(4^x+25^x)(9^x+49^x) = (6^x+35^x)^2$, este:

a) 0; **b)** 5; **c)** 1; **d)** 2.

În mulţimea $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

25. Matricea $AB - BA$ este:

a) $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; **b)** $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; **c)** $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$; **d)** $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

26. Determinantul matricei A este:

a) -2; **b)** -1; **c)** 0; **d)** 1.

27. Matricea A^2 este:

a) I_2; **b)** $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; **c)** $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; **d)** $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

28. Inversa matricei A este:

a) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; **b)** A; **c)** $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; **d)** I_2.

29. Rangul matricei $X = I_2 + A + A^2 + A^3 + \ldots + A^{2003}$ este:

a) 2; **b)** 0; **c)** 2004; **d)** 1.

30. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (AB)^n = I_2\}$ este:

a) Formată din exact un element;
b) Vidă;
c) Infinită;
d) Finită, având ce puţin 2 elemente.

Profil real:matematică fizică, informatică, metrologie - pentru absolvenţii
claselor a XIII-a (zi, seral şi frecvenţă redusă) promoţia 2003 şi promoţiile anterioare

◊ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**

◊ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**

◊ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

◊ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

1. Mulţimea numerelor reale x pentru care are loc egalitatea

$$1 - x^2 + (-x^2)^2 + \ldots + (-x^2)^n = \frac{1-(-x^2)^{n+1}}{1+x^2},\ (\forall)\, n \in \mathbb{N}^*$$

este:

a) $(-\infty, 0]$; **b)** $\mathbb{R}$; **c)** $\emptyset$; **d)** $[0, \infty)$.

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \int_0^a \frac{x^{2(n+1)}}{1+x^2}\, dx$, $a \in [0,1]$, este:

a) a; **b)** $\frac{a}{1+a^2}$; **c)** $\frac{1}{1+a^2}$; **d)** 0.

3. Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care avem egalitatea

$$\operatorname{arctg} a - (-1)^{n+1} \int_0^a \frac{x^{2(n+1)}}{1+x^2}\, dx = a - \frac{a^3}{3} + \frac{a^5}{5} + \ldots + (-1)^n \frac{a^{2n+1}}{2n+1},\ (\forall)\, n \in \mathbb{N}^*,$$

este:

a) $(-\infty, 0]$; **b)** $\emptyset$; **c)** $\mathbb{R}$; **d)** $[0, \infty)$.

4. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots + \frac{(-1)^n}{2n+1}\right)$ este:

a) $-1 + \frac{\pi}{4}$; **b)** $\frac{\ln 2}{2}$; **c)** $\ln 2$; **d)** $\frac{\pi}{4}$.

Se consideră matricele $A \in \mathscr{M}_{3,4}(\mathbb{C})$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Rangul matricei A este:

a) 3; **b)** 1; **c)** 4; **d)** 2.

6. Soluţia sistemului $\begin{cases} x+y+z+t=1 \\ y+z+t=0 \\ z+t=0 \end{cases}$, $(x,y,z,t) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C} \times \mathbb{C} \times \mathbb{C}$, este:

a) $(1, 0, \lambda, -\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{C}$; **b)** $(-1, 1, -1, 1)$; **c)** $(1, 1, -1, -1)$; **d)** $(1, -1, 1, -1)$.

7. Ecuaţia $AX = I_3$, cu $X \in \mathscr{M}_{3,4}(\mathbb{C})$ are mulţimea soluţiilor:

a) Formată dintr-un număr finit de elemente, cel puţin egal cu 2;
b) Vidă;
c) Infinită;
d) Formată dintr-un element.

8. Matricea $I_3 A$ are suma elementelor:

a) 9; **b)** 12; **c)** 10; **d)** 0.

9. Mulţimea $\{Y \in \mathscr{M}_{3,4}(\mathbb{C}) \mid \det(YA) \neq 0\}$ este:

a) Vidă;
b) Infinită;
c) Formată dintr-un element;
d) Formată dintr-un număr finit de elemente, cel puţin egal cu 2.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x$.

10. Ce se poate spune despre $\lim_{x\to\infty} f(x)$?

a) Este egală cu 0; **b)** Este egală cu 1; **c)** Este egală cu -1; **d)** Nu există.

11. Câte puncte de maxim local are funcţia f în intervalul $[0, 11\pi]$?

a) 5; **b)** 6; **c)** 11; **d)** 10.

12. Aria suprafeţei plane cuprinsă între graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = 0$ şi $x = 2\pi$, este:

a) 3; **b)** 4; **c)** 2; **d)** 0.

13. $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\int_0^x |f(t)|\, dt}{x}$ este:

a) $\dfrac{2}{\pi}$; **b)** 1; **c)** ∞; **d)** 0.

14. $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x}$ este:

a) 1; **b)** 0; **c)** $0,5$; **d)** -1.

15. $f^{(2004)}(0)$ este:

a) 1; **b)** $0,5$; **c)** -1; **d)** 0.

16. Produsul $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \ldots \cdot \hat{5}$, calculat în $\mathbb{Z}_6$ este:

a) $\hat{1}$; **b)** $\hat{2}$; **c)** $\hat{0}$; **d)** $\hat{3}$.

17. Suma $\hat{1} + \hat{2} + \ldots + \hat{5}$, calculată în $\mathbb{Z}_6$ este:

a) $\hat{2}$; **b)** $\hat{0}$; **c)** $\hat{1}$; **d)** $\hat{3}$.

18. Câte soluţii are în inelul $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{3}\hat{x} = \hat{0}$?

a) 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 1.

19. Cel mai mic număr natural nenul n cu proprietatea că $\underbrace{\hat{2} + \hat{2} + \ldots + \hat{2}}_{\text{de } n \text{ ori } \hat{2}}$ în $\mathbb{Z}_6$ este:

a) 4; **b)** 2; **c)** 6; **d)** 3.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(n, n^2)$, $n \in \mathbb{N}$.

20. Ecuaţia dreptei A_0A_1 este:

a) $x^2 + y = 0$; **b)** $x + y = 0$; **c)** $y = x^2$; **d)** $y = x$.

21. Lungimea segmentului $[A_1A_2]$ este:

a) 3; **b)** 10; **c)** $\sqrt{10}$; **d)** 4.

22. Aria triunghiului $A_nA_{n+1}A_{n+2}$, $n \in \mathbb{N}$ este:

a) 2; **b)** 1; **c)** $n + 1$; **d)** n.

23. Numărul dreptelor care trec prin câte 2 puncte din mulţimea $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$ este:

a) 5; **b)** 4; **c)** 8; **d)** 6.

24. Numărul triunghiurilor care au vârfurile în mulţimea $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$ este:

a) 6; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5.

Se consideră polinomul $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, $x_4 \in \mathbb{C}$.

25. $f(1)$ este:

a) 7; **b)** 6; **c)** 4; **d)** 5.

26. Suma $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

a) 1; **b)** -1; **c)** 4; **d)** 5.

27. Expresia $f - \left(X^2 + \dfrac{X}{2}\right) - \left(\dfrac{X}{2} + 1\right) - \dfrac{X^2}{2}$ este:

a) 1; **b)** $X + 1$; **c)** $X - 1$; **d)** 0.

28. Câte rădăcini reale are polinomul f?

a) 0; **b)** 4; **c)** 2; **d)** 3.

29. Mulţimea $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \leq 0\}$ este:

a) $\emptyset$; **b)** $[-\sqrt{5}, -\sqrt{3}]$; **c)** $[-\sqrt{3}, -\sqrt{2}]$; **d)** $[-2, -1]$.

30. $f(i)$ este:

a) $1 + i$; **b)** 1; **c)** i; **d)** $-1 + i$.

pentru absolvenţii claselor a XII-a, promoţia 2003

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul ○, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul ×.**

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(n, n^3)$, $n \in \mathbb{N}$.

1. Panta dreptei A_0A_1 este:

a) -2; **b)** -1; **c)** 1; **d)** 2.

2. Ecuaţia dreptei A_0A_1 este:

a) $x + y = 0$; **b)** $y = x$; **c)** $x^3 + y = 0$; **d)** $y = x^3$.

3. Aria triunghiului $A_0A_1A_2$ este:

a) 3; **b)** 2; **c)** 6; **d)** 4.

4. Numărul de elemente ale mulţimii $\{n \in \mathbb{N} \mid A_n \in A_0A_1\}$ este:

a) Cuprins între 3 şi 10; **b)** Infinit; **c)** 2; **d)** Finit, dar strict mai mare decât 10.

5. Câte triunghiuri au vârfurile în mulţimea $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$?

a) 5; **b)** 4; **c)** 2; **d)** 3.

Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, \ldots, 10\}$.

6. Câte submulţimi cu opt elemente are mulţimea A?

a) 80; **b)** 40; **c)** 45; **d)** 50.

7. Câte submulţimi are mulţimea A?

a) 1000; **b)** 512; **c)** 1024; **d)** 900.

8. În câte submulţimi ale mulţimii A se află elementul 1?

a) 512; **b)** 362; **c)** 425; **d)** 611.

9. Care este numărul maxim de elemente pe care îl poate avea o submulţime a mulţimii A, cu proprietatea că suma oricăror două elemente distincte ale sale nu se divide cu 3?

a) 5; **b)** 7; **c)** 6; **d)** 4.

10. Care este suma elementelor mulţimii A?

a) 55; **b)** 10!; **c)** 66; **d)** 45.

Se consideră funcţiile $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_0(x) = x^{10} + x^9 + \ldots + x + 1$ şi $f_{n+1}(x) = f_n'(x)$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$ şi $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$.

11. $f_0(1)$ este:

a) 10; **b)** 12; **c)** 11; **d)** 9.

12. $f_1(0)$ este:

a) 10; **b)** 0; **c)** 45; **d)** 1.

13. $\displaystyle\int_0^1 f_{2003}(x)\, dx$ este:

a) 2002!; **b)** $\dfrac{1}{2003!}$; **c)** 2003!; **d)** 0.

14. $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(n)$ este:

a) e; **b)** ∞; **c)** n; **d)** 0.

15. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f_0(0)+f_1(0)+\ldots+f_n(0)}{n}$ este:

a) 0; **b)** e; **c)** ∞; **d)** $0,5$.

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+e^{-x}$.

16. $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$, este:

a) $-e^x-e^{-x}$; **b)** e^x-e^{-x}; **c)** $-e^x+e^{-x}$; **d)** e^x+e^{-x}.

17. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ este:

a) $e+e^{-1}$; **b)** $e-e^{-1}$; **c)** $-e-e^{-1}$; **d)** $-e+e^{-1}$.

18. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ este:

a) $-e-e^{-1}$; **b)** $-e+e^{-1}$; **c)** $e-e^{-1}$; **d)** $e+e^{-1}$.

19. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt}{f'(x)}$ este:

a) $-\infty$; **b)** 1; **c)** ∞; **d)** 0.

20. Mulţimea $\{x\in\mathbb{R}\,|\,f'(x)>0\}$ este:

a) $(0,\infty)$; **b)** $(-\infty,1)$; **c)** $(-1,\infty)$; **d)** $(-\infty,0)$.

21. Mulţimea $\{x\in\mathbb{R}\,|\,f(x)+f(21x)>f(2x)+f(1986x)\}$ este:

a) $\emptyset$; **b)** $\mathbb{R}$; **c)** $(0,\infty)$; **d)** $(-\infty,0)$.

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -3 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

22. Determinantul matricei A este:

a) 2; **b)** 1; **c)** 3; **d)** -1.

23. Suma elementelor matricei A este:

a) 1; **b)** -2; **c)** 0; **d)** 2.

24. Cel mai mic număr natural nenul n, pentru care $A^n=I_2$ este:

a) 4; **b)** 6; **c)** 5; **d)** 3.

25. Matricea $I_2+A+A^2+\ldots+A^5$ este:

a) A; **b)** I_2; **c)** $-I_2$; **d)** O_2.

26. Determinantul matricei $A+A^2+\ldots+A^{2003}$ este:

a) -1; **b)** 1; **c)** 0; **d)** 2003.

Se consideră polinomul $f=X^2-2X-1$ cu rădăcinile $x_1, x_2\in\mathbb{C}$. Notăm $S_n=x_1^n+x_2^n$, $(\forall)\ n\in\mathbb{N}^*$ şi $S_0=2$.

27. Rădăcinile polinomului f sunt:

a) $x_1=1+\sqrt{2}$, $x_2=1-\sqrt{2}$; **b)** $x_1=-1+\sqrt{2}$, $x_2=1+\sqrt{2}$;
c) $x_1=-1+\sqrt{2}$, $x_2=-1-\sqrt{2}$; **d)** $x_1=-1-\sqrt{2}$, $x_2=1-\sqrt{2}$.

28. S_1 este egală cu:

a) -2; **b)** -1; **c)** 2; **d)** 1.

29. S_2 este egală cu:

a) 6; **b)** 2; **c)** 4; **d)** 5.

30. Egalitatea $2S_{n+1} + S_n = S_{n+2}$, $n \in \mathbb{N}$, are loc:

a) $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$;

b) Numai pentru $n < 2003$;

c) Numai pentru $n > 2003$;

d) Numai pentru $n = 2003$.

pentru absolvenţii claselor a XIII-a (zi, seral şi frecvenţă redusă), promoţia 2003 şi promoţiile anterioare

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea "$\circ$" prin $x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 1$, $(\forall)\ x, y \in \mathbb{R}$.

1. Elementul $x \circ y$ mai poate fi scris $(\forall)\ x, y \in \mathbb{R}$:

a) $2(x-1)(y-1)-1$; **b)** $2(x+1)(y+1)+1$; **c)** $2(x+1)(y+1)-1$; **d)** $2(x-1)(y-1)+1$.

2. Egalitatea $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$ are loc:

a) Numai dacă $x = y$; **b)** Pentru $x, y, z \in \mathbb{R}$;
c) Numai dacă $x + y + z = 0$; **d)** Numai dacă $x = y = z$.

3. Mulţimea $\{x \in \mathbb{R} \,|\, x \circ (-1) = -1\}$ este:

a) $\emptyset$; **b)** $\{-1\}$;
c) $\mathbb{R}$; **d)** Finită, având cel puţin 2 elemente.

4. Expresia $(-2003) \circ (-2002) \circ \ldots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 2002 \circ 2003$ este:

a) 0; **b)** -1; **c)** 1; **d)** $2003!$.

Se consideră şirul de numere naturale $(a_n)_{n\geq 1}$, $a_n = n^4 + 4$.

5. Termenul a_1 este:

a) 8; **b)** 4; **c)** 16; **d)** 5.

6. Numărul termenilor şirului $(a_n)_{n\geq 1}$ care sunt numere prime este:

a) Cuprins între 2 şi 2002; **b)** Infinit;
c) Finit, dar strict mai mare decât 2003; **d)** 1.

Se consideră polinomul $f = X^4 + 4$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

7. Polinomul $f - (X^2 - 2X + 2)(X^2 + 2X + 2)$ este:

a) 0; **b)** $4X$; **c)** $4X^3$; **d)** $4X^2$.

8. Numărul de rădăcini reale ale polinomului f este:

a) 0; **b)** 4; **c)** 2; **d)** 1.

9. Suma $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

a) 0; **b)** 16; **c)** -4; **d)** 4.

10. Suma $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$ este:

a) -16; **b)** 16; **c)** 4; **d)** 0.

În mulţimea $\mathscr{M}_2(\mathbb{Z})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

11. Matricea A^2 este:

a) A; **b)** I_2; **c)** B; **d)** $I_2 + A$.

12. Determinantul matricei B este:

a) 1; **b)** -1; **c)** -3; **d)** 3.

13. Inversa matricei A este:

a) A; **b)** B; **c)** $-A$; **d)** I_2.

14. Matricea $AB - BA$ este:

a) $\begin{pmatrix} -6 & 4 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$; **b)** I_2; **c)** $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; **d)** $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$.

15. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (BA)^n = I_2\}$ este:

a) Formată dintr-un număr de elemente cuprins între 1 şi 10; **b)** Infinită;
c) Finită, având cel puţin 11 elemente; **d)** Vidă.

Într-o livadă sunt cireşi. În prima zi a înflorit un cireş, apoi în fiecare zi au înflorit de două ori mai mulţi cireşi decât au înflorit în ziua precedentă.

16. Câţi cireşi au înflorit în ziua a treia?

a) 3; **b)** 8; **c)** 7; **d)** 3.

17. Câţi cireşi sunt înfloriţi la sfârşitul zilei a cincea?

a) 33; **b)** 31; **c)** 32; **d)** 30.

18. Cel mai mic număr natural n, astfel încât la sfârşitul celei de-a n-a zile să fie înfloriţi cel puţin 1000 de cireşi, este:

a) 9; **b)** 10; **c)** 12; **d)** 11.

Într-o carte paginile sunt numerotate începând cu numărul 1, iar orice foaie are două pagini.

19. Suma numerelor peginilor din primele trei foi este:

a) 21; **b)** 15; **c)** 6; **d)** 10.

20. Suma tuturor numerelor paginilor din foaia a zecea şi din foaia a cincisprezecea este:

a) 99; **b)** 97; **c)** 100; **d)** 98.

21. Care dintre următoarele elemente poate fi suma tuturor numerelor paginilor din trei foi ale cărţii?

a) 197; **b)** 199; **c)** 200; **d)** 198.

Se consideră piramida triunghiulară $VABC$, având toate muchiile (laterale şi ale bazei) egale cu a.

22. Aria totală a piramidei este:

a) a^2; **b)** $2a^2\sqrt{3}$; **c)** $4a^2\sqrt{3}$; **d)** $a^2\sqrt{3}$.

23. Înălţimea piramidei este:

a) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; **b)** $\frac{a}{3}$; **c)** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$; **d)** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

24. Volumul piramidei este:

a) $\frac{a^3}{6}$; **b)** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$; **c)** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$; **d)** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

25. Distanţa cea mai mică dintre vârful V şi un punct M situat pe planul bazei (ABC) este:

a) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$; **b)** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; **c)** $\frac{a}{3}$; **d)** $\frac{a}{2}$.

26. Distanţa cea mai mare dintre vârful V şi un punct P situat în interiorul sau pe laturile triunghiului ABC este:

a) $2a$; **b)** a; **c)** $a\sqrt{2}$; **d)** $a\sqrt{3}$.

Se consideră mulţimea $A = \{10, 11, \ldots, 99\}$.

27. Câte elemente din mulţimea A conţin cifra 2 în scrierea lor?

a) 19; **b)** 18; **c)** 20; **d)** 17.

28. Care este suma elementelor mulţimii A?

a) $50 \cdot 210$; **b)** $45 \cdot 109$; **c)** $45 \cdot 110$; **d)** $50 \cdot 109$.

29. Câte elemente din mulţimea A au în scrierea lor cifre egale?

a) 10; **b)** 11; **c)** 8; **d)** 9.

30. Câte elemente are mulţimea A?

a) 88; **b)** 89; **c)** 90; **d)** 91.

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

1. Egalitatea $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$, a, b, c, $d\in\mathbb{C}$, are loc:
a) Numai pentru $a=b=c=d$; **b)** Numai pentru $a=b$;
c) Pentru orice a, b, c, $d\in\mathbb{C}$; **d)** Numai pentru $a=c$.

2. Dacă $(a^2+b^2)(c^2+d^2)-(ac+bd)^2=0$, a, b, c, $d\in\mathbb{C}$, atunci:
a) $ad=bc$; **b)** $a+b+c+d=0$; **c)** $ac+bd=0$; **d)** $a+d=b+c$.

3. Numărul de elemente ale mulţimii $\{x\in(0,\infty)\,|\,25[(\log_2 x)^2+(\log_3 x)^2]=(4\log_2 x+3\log_3 x)^2\}$ este:
a) 2; **b)** 3; **c)** 0; **d)** 1.

4. Suma pătratelor soluţiilor reale ale ecuaţiei $(4^x+25^x)(9^x+49^x)=(6^x+35^x)^2$ este:
a) 5; **b)** 0; **c)** 2; **d)** 1.

Se consideră funcţiile $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_0(x)=\cos x$ şi $f_{n+1}(x)=f_n'(x)$, $(\forall)$ $n\in\mathbb{N}$ şi $(\forall)$, $x\in\mathbb{R}$.

5. $f_0(\pi)$ este:
a) -1; **b)** π; **c)** 1; **d)** 0.

6. $f_1(\pi)$ este:
a) $0,5$; **b)** -1; **c)** 0; **d)** 1.

7. $\displaystyle\int_0^{2\pi} f_1(x)\,dx$ este:
a) 0; **b)** 4; **c)** -2; **d)** 2.

8. $f_{10}(x)$, $x\in\mathbb{R}$, este:
a) $\cos x$; **b)** $\sin x$; **c)** $-\sin x$; **d)** $-\cos x$.

9. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{f_0(x)+f_1(x)+\ldots+f_n(x)}{n}$, $x\in\mathbb{R}$, este:
a) 1; **b)** $\cos x$; **c)** $\sin x$; **d)** 0.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2,0)$, $B(0,2)$, $C(-2,0)$, $D(0,-2)$, $O(0,0)$.

10. Segmentul AB are lungimea:
a) $2\sqrt{3}$; **b)** $2\sqrt{2}$; **c)** 4; **d)** 2.

11. Suma $OA+OB+OC+OD$ este:
a) 2; **b)** 6; **c)** 4; **d)** 8.

12. Ecuaţia dreptei AC este:
a) $xy=0$; **b)** $x^2+y^2=1$; **c)** $x^2=1$; **d)** $y=0$.

13. Produsul $AB\cdot BC\cdot CD\cdot DA$ este:
a) 64; **b)** 128; **c)** 16; **d)** 32.

În mulţimea $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&2\\0&-1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

14. Matricea $AB - BA$ este:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; **b)** I_2; **c)** $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$; **d)** $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

15. Determinantul matricei A este:

a) 0; **b)** -1; **c)** 1; **d)** -2.

16. Matricea A^2 este:

a) I_2; **b)** B; **c)** $I_2 + A$; **d)** A.

17. Inversa matricei A este:

a) $I_2 + A$; **b)** A; **c)** B; **d)** I_2.

18. Rangul matricei $X = I_2 + A + A^2 + \ldots + A^{2003}$ este:

a) 2004; **b)** 2; **c)** 0; **d)** 1.

19. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (AB)^n = I_2\}$ este:

a) Finită, având cel puţin două elemente; **b)** Vidă;
c) Infinită; **d)** Formată din exact un element.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R}\backslash\{-1, 0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x(x+1)}$.

20. Câte asimptote verticale are graficul funcţiei f?

a) 1; **b)** 2; **c)** 0; **d)** 3.

21. Expresia $f(x) - \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1}$, $x \in \mathbb{R}\backslash\{-1, 0\}$, este:

a) 0; **b)** $-\dfrac{2}{x+1}$; **c)** $2f(x)$; **d)** $\dfrac{2}{x}$.

22. $\displaystyle\int_1^2 f(x)\, dx$ este:

a) $\ln\dfrac{3}{4}$; **b)** $\ln 2$; **c)** $\ln 3$; **d)** $\ln\dfrac{4}{3}$.

23. Egalitatea $f(1) + f(2) + \ldots + f(n) = 1 - \dfrac{1}{n+1}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este adevărată:

a) Numai pentru $n > 2003$; **b)** Numai pentru $n < 2003$;
c) Numai pentru $n = 2003$; **d)** $(\forall)\ n \in \mathbb{N}^*$.

24. $\lim\limits_{n\to\infty} (f(1) + f(2) + \ldots + f(n))$ este:

a) ∞; **b)** 2; **c)** $0,5$; **d)** 1.

25. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{\ln x} \displaystyle\int_1^x f(t)\, dt$ este:

a) ∞; **b)** 2; **c)** 1; **d)** 0.

26. Suma $1 + 2 + 3 + \ldots + 2003$ este:

a) $2003 \cdot 1001$; **b)** $2003 \cdot 2004$; **c)** $2003 \cdot 1002$; **d)** $2003 \cdot 2002$.

27. Produsul $1 \cdot i \cdot i^2 \cdot \ldots \cdot i^{2003}$ este:

a) 1; **b)** -1; **c)** i; **d)** $-i$.

28. Suma $1 + i + i^2 + \ldots + i^{2003}$ este:

a) i; **b)** $1 + i$; **c)** 0; **d)** 1.

29. Suma $\hat{0} + \hat{1} + \hat{2} + \ldots + \widehat{12}$ în $\mathbb{Z}_{13}$ este:

a) $\hat{6}$; **b)** $\hat{1}$; **c)** $\hat{0}$; **d)** $\hat{7}$.

30. Produsul $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \ldots \cdot \widehat{12}$ în $\mathbb{Z}_{13}$ este:

a) $\hat{3}$; **b)** $\hat{1}$; **c)** $\hat{2}$; **d)** $\widehat{12}$.

pentru absolvenţii claselor a XII-a, promoţia 2003

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, \ldots, 10\}$.

1. Care este numărul maxim de elemente ce pot fi alese din mulţimea A, cu proprietatea că oricare două elemente diferite, dintre cele alese, nu se divid între ele?

a) 3; **b)** 5; **c)** 6; **d)** 4.

2. Câte submulţimi cu două elemente are mulţimea A?

a) 57; **b)** 55; **c)** 50; **d)** 45.

3. Câte submulţimi nevide ale mulţimii A au proprietatea că suma elementelor lor este egală cu 5?

a) 4; **b)** 3; **c)** 2; **d)** 1.

Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie "$\circ$" prin $x \circ y = 2xy - 4x - 4y + 10$.

4. Elementul $x \circ y$ mai poate fi scris, $(\forall)$ $x, y \in \mathbb{R}$:

a) $2(x+2)(y+2)-2$; **b)** $2(x+2)(y-2)+2$; **c)** $2(x-2)(y+2)-2$; **d)** $2(x-2)(y-2)+2$.

5. Egalitatea $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ are loc:

a) Numai când $y = z$; **b)** Pentru orice numere reale x, y, z;
c) Numai când $x = y$; **d)** Numai când $x = y = z$.

6. Elementul neutru al legii "$\circ$" este:

a) 0; **b)** 1; **c)** 2; **d)** $2,5$.

7. Ecuaţia $2^x \circ 4^x = 2$ are suma soluţiilor egală cu:

a) 3; **b)** 1; **c)** $1,5$; **d)** 2.

8. Mulţimea $\{x \in \mathbb{R} \mid x \circ 2 = 2\}$ este:

a) Formată dintr-un element; **b)** $\emptyset$;
c) $\mathbb{R}$; **d)** Finită, având cel puţin 2 elemente.

9. Elementul $(-2003) \circ (-2002) \circ \ldots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 2002 \circ 2003$ este:

a) 1; **b)** 2; **c)** 0; **d)** -1.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R}\backslash\{-2, -1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$.

10. Expresia $f(x) - \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2}$, $x \in \mathbb{R}\backslash\{-2, -1\}$, este:

a) 0; **b)** $2f(x)$; **c)** $\dfrac{2}{x+2}$; **d)** $-\dfrac{2}{x+1}$.

11. Numărul de asimptote verticale la graficul funcţiei f este:

a) 2; **b)** 3; **c)** 0; **d)** 1.

12. Aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele $x = 0$ şi $x = 1$, este:

a) arctg 2; **b)** $\ln\dfrac{4}{3}$; **c)** $\ln\dfrac{3}{4}$; **d)** 1.

13. $\lim_{x\to\infty} x^2 f(x)$ este:

a) ∞; **b)** $0,5$; **c)** 0; **d)** 1.

14. $\lim_{n\to\infty} (f(0)+f(1)+\ldots+f(n))$ este:

a) 1; **b)** ∞; **c)** $0,5$; **d)** e.

Se consideră polinoamele $f = X^2 - 4X + 3$, $g = X^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, şi matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

15. Rădăcinile polinomului f sunt:

a) $x_1 = -1$, $x_2 = 3$; **b)** $x_1 = 1$, $x_2 = -3$; **c)** $x_1 = 1$, $x_2 = 3$; **d)** $x_1 = -1$, $x_2 = -3$.

16. Matricea A^2 este:

a) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$; **b)** $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; **c)** $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$; **d)** $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.

17. $f(A) = A^2 - 4A + 3I_2$ este:

a) O_2; **b)** A; **c)** I_2; **d)** $A + I_2$.

18. Restul împărţirii polinomului g la polinomul f este:

a) $\frac{3^n-1}{2}X + \frac{3-3^n}{2}$; **b)** $\frac{3^n+1}{2}X + \frac{3^n-3}{2}$; **c)** $\frac{3^n+1}{2}X + \frac{3^n+3}{2}$; **d)** $\frac{3^n-1}{2}X + \frac{3^n+3}{2}$.

19. Pentru ce valori $n \in \mathbb{N}^*$ este adevărată egalitatea $A^n = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3^n+1 & 3^n-1 \\ 3^n-1 & 3^n+1 \end{pmatrix}$?

a) Pentru exact o valoare a lui $n \in \mathbb{N}^*$;
b) Pentru un număr finit de valori ale lui $n \in \mathbb{N}^*$, mai mare decât 2;
c) Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$;
d) Pentru nicio valoare a lui $n \in \mathbb{N}^*$.

20. Produsul $\sin(-90°)\cdot\sin(-89°)\cdot\ldots\cdot\sin(-1°)\cdot\sin 1°\cdot\ldots\cdot\sin 89°\cdot\sin 90°$ este:

a) $-\frac{1}{2^{45}}$; **b)** $\frac{1}{3^{30}}$; **c)** $\frac{1}{2^{45}}$; **d)** 0.

21. Suma $\cos 0° + \cos 1° + \ldots + \cos 179° + \cos 180°$ este:

a) $0,5$; **b)** 1; **c)** -1; **d)** 0.

Se consideră funcţiile $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_0(x) = xe^x$, $f_{n+1}(x) = f_n'(x)$, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$.

22. $f_1(x)$, $x \in \mathbb{R}$, este:

a) $e^x(x-1)$; **b)** $e^x + x$; **c)** xe^x; **d)** $e^x(x+1)$.

23. Ecuaţia $f_2(x) = 0$ are soluţia:

a) $x = 0$; **b)** $x = -2$; **c)** $x = 2$; **d)** $x = 1$.

24. $f_{2003}(0)$ este:

a) -2003; **b)** $2003!$; **c)** 2003; **d)** 2002.

25. $\lim_{x\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este:

a) ∞; **b)** 1; **c)** 0; **d)** $\frac{n+1}{n}$.

26. Asimptota orizontală la graficul funcţiei f_0 către $-\infty$ este:

a) $y = x$; **b)** $y = 1$; **c)** $y = 0$; **d)** $y = xe^x$.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-1, \sqrt{3})$, $B(-1, -\sqrt{3})$, $C(2, 0)$.

27. Perimetrul triunghiului ABC este:

a) $2\sqrt{3}$; **b)** $3\sqrt{3}$; **c)** $6\sqrt{3}$; **d)** 6.

28. Aria triunghiului ABC este:

a) 3; **b)** 9; **c)** $3\sqrt{3}$; **d)** 4.

29. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este:

a) $\sqrt{3}$; **b)** 1; **c)** $\sqrt{2}$; **d)** 2.

30. Măsura unghiului A din triunghiul ABC este:

a) 60°; **b)** 30°; **c)** 90°; **d)** 45°.

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Pe mulţimea numerelor complexe se consideră legea de compoziţie "$\circ$", definită prin $x \circ y = xy + ix + iy - 1 - i$.

1. Elementul $x \circ y$ mai poate fi scris $(\forall)$ $x, y \in \mathbb{C}$:

a) $(x-i)(y-i)-i$; **b)** $(x+i)(y+i)+i$; **c)** $(x-i)(y-i)+i$; **d)** $(x+i)(y+i)-i$.

2. Egalitatea $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ este adevărată:

a) Pentru orice $x, y, z \in \mathbb{C}$; **b)** Numai dacă $x = y = z$;
c) Numai dacă $x = i$; **d)** Numai dacă $x = y$.

3. Mulţimea valorilor lui $n \in \mathbb{N}^*$, pentru care egalitatea

$$x_1 \circ x_2 \circ \ldots \circ x_n = (x_1 + i)(x_2 + i) \cdot \ldots \cdot (x_n + i) - i$$

este adevărată, $(\forall)$ $x, y, z \in \mathbb{C}$, este:

a) $\mathbb{N}^*$; **b)** $\emptyset$;
c) Formată dintr-un element; **d)** Finită, având cel puţin 2 elemente.

4. Expresia $(-100i) \circ (-99i) \circ \ldots \circ (-i) \circ 0 \circ i \circ 2i \circ \ldots \circ 99i \circ 100i$ este:

a) 1; **b)** $-i$; **c)** 0; **d)** i.

5. Ecuaţia $x \circ x \circ x \circ x = 1 - i$ are în $\mathbb{C}$:

a) 2 soluţii; **b)** 3 soluţii; **c)** o soluţie; **d)** 4 soluţii.

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Determinantul matricei A este:

a) 1; **b)** -1; **c)** -6; **d)** 5.

7. Matricea A^2 este:

a) $A + I_2$; **b)** I_2; **c)** B; **d)** A.

8. Matricea A^{2003} este:

a) B; **b)** $A + I_2$; **c)** A; **d)** I_2.

9. Matricea $AB - BA$ este:

a) $\begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 4 & -10 \end{pmatrix}$; **b)** $\begin{pmatrix} 10 & -10 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$; **c)** $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; **d)** I_2.

10. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (BA)^n = I_2\}$ este:

a) Finită, conţinând între 11 şi 2003 elemente;
b) Infinită;
c) Vidă;
d) Finită, conţinând între 1 şi 10 elemente.

11. Produsul $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \ldots \cdot \hat{7}$ în $\mathbb{Z}_8$ este:

a) $\hat{2}$; **b)** $\hat{6}$; **c)** $\hat{0}$; **d)** $\hat{4}$.

12. Suma $\hat{1}+\hat{2}+\ldots+\widehat{10}$ în $\mathbb{Z}_{11}$ este:

a) $\widehat{10}$; **b)** $\hat{0}$; **c)** $\hat{6}$; **d)** $\hat{5}$.

13. În $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{3}\hat{x}=\hat{0}$ are:

a) o soluţie; **b)** 3 soluţii; **c)** 2 soluţii; **d)** 4 soluţii.

14. În $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{x}^3=\hat{x}$ are:

a) 2 soluţii; **b)** 6 soluţii; **c)** 4 soluţii; **d)** 3 soluţii.

15. Cel mai mare număr natural n pentru care $2^0+2^1+2^2+\ldots+2^n<2003$ este:

a) 9; **b)** 10; **c)** 11; **d)** 8.

Se consideră funcţia $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}\cdot$

16. Expresia $f(x)-2+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}$, $x\in[0,\infty)$, este:

a) 4; **b)** 0; **c)** -2; **d)** $2\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}\right)$.

17. Asimptota orizontală către $+\infty$, la graficul funcţiei f este:

a) $y=0$; **b)** $y=2$; **c)** $y=-2$; **d)** $y=1$.

18. $f'(x)$, $x\in[0,\infty)$, este:

a) $-\dfrac{1}{(x+1)^2}-\dfrac{1}{(x+2)^2}$; **b)** $\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}$;
c) $\ln(x+1)+\ln(x+2)$; **d)** $-\ln(x+1)-\ln(x+2)$.

19. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ este:

a) $-2+\ln 3$; **b)** $2+\ln 3$; **c)** $2-\ln 3$; **d)** $-2-\ln 3$.

20. $\displaystyle\frac{1}{x}\int_0^x f(t)\,dt$ este:

a) 1; **b)** 0; **c)** 2; **d)** ∞.

Se consideră polinoamele $f=X^2+X+1$ cu rădăcinile $x_1,\,x_2\in\mathbb{C}$ şi $g=X^3-1$.

21. Restul împărţirii polinomului g la polinomul f este:

a) 0; **b)** X; **c)** 1; **d)** $X+1$.

22. Expresia $x_1^3-x_2^3$ este:

a) i; **b)** 0; **c)** -1; **d)** 1.

23. Suma $x_1+x_2+x_1x_2$ este:

a) 2; **b)** 0; **c)** -1; **d)** -2.

24. Suma $x_1^{2004}+x_2^{2004}$ este:

a) 2; **b)** -2; **c)** -1; **d)** 0.

25. Suma $1+x_1+x_1^2+\ldots+x_1^{21}$ este:

a) i; **b)** 1; **c)** 0; **d)** -1.

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)^3-x^3$.

26. $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$, este:

a) $6x+3$; **b)** $6x$; **c)** $3x+1$; **d)** $2x+1$.

27. Funcţia f este strict crescătoare pe intervalul:

a) $\left[-\dfrac{1}{2},\infty\right)$; **b)** $[-1,\infty)$; **c)** $(-\infty,1]$; **d)** $(-\infty,0]$.

28. Valoarea minimă a funcţiei f este:

a) 1; **b)** $\frac{1}{4}$; **c)** $\frac{1}{2}$; **d)** $-\frac{1}{4}$.

29. Funcţia f este convexă:

a) Numai pe intervalul $[0, \infty)$; **b)** Numai pe intervalul $(-\infty, 0]$;
c) Pe $\mathbb{R}$; **d)** Numai pe intervalul $[-1, 1]$.

30. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f(0)+f(1)+\ldots+f(n)}{n^3}$ este:

a) 1; **b)** $\frac{1}{3}$; **c)** ∞; **d)** 0.

pentru absolvenţii claselor a XII-a, promoţia 2003

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul ○, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul ×.**

Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, \ldots, 7\}$.

1. Câte submulţimi cu număr impar de elemente are mulţimea A?

a) 36; **b)** 64; **c)** 49; **d)** 128.

2. Care este media aritmetică a elementelor mulţimii A?

a) 3; **b)** 4; **c)** 5; **d)** $4,5$.

3. Câte submulţimi cu două elemente are mulţimea A?

a) 49; **b)** 42; **c)** 21; **d)** 20.

4. Care este media geometrică a elementelor pare din mulţimea A?

a) $\sqrt{24}$; **b)** $\sqrt{12}$; **c)** 4; **d)** $\sqrt[3]{48}$.

Un triunghi dreptunghic ABC are catetele cu lungimile de 6 şi respectiv 8.

5. Cât este lungimea ipotenuzei?

a) 11; **b)** 12; **c)** 9; **d)** 10.

6. Care este aria triunghiului?

a) 48; **b)** 20; **c)** 24; **d)** 30.

7. Care este lungimea înălţimii care cade pe ipotenuză?

a) 5; **b)** 4; **c)** $4,8$; **d)** $2,4$.

8. Care este perimetrul triunghiului cu vârfurile în mijloacele laturilor triunghiului ABC?

a) 12; **b)** 15; **c)** 10; **d)** 14.

9. Care este aria triunghiului cu vârfurile în mijloacele laturilor triunghiului ABC?

a) 10; **b)** 5; **c)** 12; **d)** 6.

10. Care este cel mai mic număr natural nenul n, pentru care $n! > 100$?

a) 7; **b)** 4; **c)** 5; **d)** 6.

11. Care este cel mai mare număr natural nenul n, pentru care $2^n < 2003$?

a) 9; **b)** 12; **c)** 11; **d)** 10.

12. Câte numere de 4 cifre se pot forma utilizând cifrele 1, 2, 3?

a) 70; **b)** 80; **c)** 64; **d)** 81.

13. Care este cel mai mare număr de elemente, ce pot fi alese din mulţimea $\{1, 2, \ldots, 11\}$, cu proprietatea că oricare două elemente diferite, dintre cele alese, nu se divid unul pe celălalt?

a) 4; **b)** 6; **c)** 7; **d)** 5.

Se consideră numărul $\frac{1}{13} = 0, a_1 a_2 a_3 \ldots a_n \ldots$.

14. Suma $a_1 + a_2$ este:

a) 11; **b)** 9; **c)** 13; **d)** 7.

15. Produsul $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{2003}$ este:

a) 7^{2003}; **b)** 0; **c)** 2003!; **d)** 13^{2003}.

16. Cifra a_{2003} este:

a) 7; **b)** 3; **c)** 6; **d)** 2.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Notăm cu x_1, $x_2 \in \mathbb{R}$ soluţiile ecuaţiei $f(x) = 0$.

17. $f(0)$ este:

a) 0; **b)** -1; **c)** 2; **d)** 1.

18. Suma $x_1 + x_2$ este:

a) -2; **b)** 3; **c)** -3; **d)** 2.

19. Produsul $x_1 \cdot x_2$ este:

a) $-0,5$; **b)** -2; **c)** 2; **d)** $0,5$.

20. Mulţimea $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) < 0\}$ este:

a) $(0, 2)$; **b)** $(1, 3)$; **c)** $(-\infty, 0)$; **d)** $(1, 2)$.

21. Produsul $f(0) \cdot f(1) \cdot \ldots \cdot f(2003)$ este:

a) 2003!; **b)** 0; **c)** 2002!; **d)** 2004!.

Se consideră în plan o mulţime M formată din 10 puncte cu proprietatea că oricare trei dintre ele sunt necoliniare.

22. Numărul dreptelor care trec prin câte 2 puncte din mulţimea M este:

a) 100; **b)** 90; **c)** 50; **d)** 45.

23. Câte triunghiuri pot avea vârfurile în punctele din mulţimea M?

a) 360; **b)** 720; **c)** 120; **d)** 240.

24. Dacă un triunghi are cel puţin două axe de simetrie, atunci acesta este:

a) Dreptunghic; **b)** Isoscel, dar nu echilateral; **c)** Echilateral; **d)** Obtuzunghic.

25. Dacă mulţimea A are 10 elemente, mulţimea B are 7 elemente iar mulţimea $A \cap B$ are 3 elemente, atunci câte elemente are mulţimea $A \cup B$?

a) 12; **b)** 17; **c)** 11; **d)** 14.

26. O marfă costă 200 de euro şi s-a redus preţul cu 20%. Câţi euro costă acum marfa?

a) 160; **b)** 220; **c)** 240; **d)** 180.

27. Numărul soluţiilor ecuaţiei $2^x = -1$ este:

a) 0; **b)** 1; **c)** 3; **d)** 2.

28. Suma soluţiilor ecuaţiei $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ este:

a) 2; **b)** 3; **c)** 1; **d)** 0.

29. Suma $1 + 2 + 3 + \ldots + 2003$ este:

a) $2003 \cdot 1001$; **b)** $2003 \cdot 1002$; **c)** $2002 \cdot 2003$; **d)** $2003 \cdot 2004$.

30. Numărul $\sqrt{2}$ este egal cu $1, a_1 a_2 a_3 \ldots$. Cât este $a_1 + a_2 + a_3$?

a) 10; **b)** 8; **c)** 6; **d)** 9.

SESIUNEA AUGUST
M1

Specializarea matematică-informatică
pentru absolvenţii claselor a XII-a, promoţia 2003

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Se consideră triunghiul ABC cu lungimile laturilor 3, 4 şi 5.

1. Măsura unghiului care se opune laturii egale cu 5 este:

a) $90°$; **b)** $80°$; **c)** $100°$; **d)** $60°$.

2. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este:

a) $2,5$; **b)** 4; **c)** 3; **d)** 2.

3. Aria triunghiului ABC este:

a) 6; **b)** 7; **c)** 12; **d)** 5.

4. Suma cosinusurilor unghiurilor triunghiului ABC este:

a) $2,4$; **b)** 2; **c)** $1,4$; **d)** 1.

5. Suma înălţimilor triunghiului ABC este:

a) 8; **b)** 9; **c)** $9,6$; **d)** $9,4$.

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x^2+x)$. Notăm prin $f^{(n)}(x)$, derivata de ordinul n a funcţiei f în punctul x.

6. Cât este $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$?

a) 1; **b)** 0; **c)** 5; **d)** 2.

7. Ce se poate spune despre asimptota la graficul funcţiei f către $-\infty$?

a) Este dreapta $y=x$; **b)** Este dreapta $y=1$; **c)** Nu există; **d)** Este dreapta $y=0$.

8. Câte puncte de inflexiune are graficul funcţiei f?

a) 3; **b)** 0; **c)** 2; **d)** 1.

9. Mulţimea $\{n\in\mathbb{N}^* \mid f^{(n)}(x)=e^x(x^2+(2n+1)x+n^2),\ (\forall)\,x\in\mathbb{R}\}$ este:

a) $\mathbb{N}^*$; **b)** Vidă;
c) Finită, având cel mult 2003 elemente; **d)** Finită, având cel puţin 2003 elemente.

10. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f'(0)+f''(0)+\ldots+f^{(n)}(0)}{n^3}$ este:

a) 0; **b)** 1; **c)** $0,(3)$; **d)** ∞.

Se consideră mulţimea $M=\{1,2,3,\ldots,8\}$.

11. Media aritmetică a elementelor mulţimii M este:

a) 8; **b)** $4,5$; **c)** 5; **d)** 6.

12. Numărul de submulţimi cu şase elemente ale mulţimii M este:

a) 32; **b)** 64; **c)** 28; **d)** 30.

13. Numărul total de submulţimi ale mulţimii M este:

a) $8!$; **b)** 3^8; **c)** 2^8; **d)** 8^8.

14. Câte elemente are mulţimea $\{(a,b) \mid a,b \in M, a < b, a \text{ divide pe } b\}$?

a) 12; **b)** 13; **c)** 11; **d)** 10.

15. Numărul de progresii aritmetice de trei elemente cu raţia strict pozitivă care se pot forma cu elementele mulţimii M este:

a) 12; **b)** 11; **c)** 10; **d)** 13.

16. Câte elemente inversabile faţă de înmulţire are inelul $\mathbb{Z}_{12}$?

a) 4; **b)** 8; **c)** 3; **d)** 6.

17. Câte polinoame de grad mai mic sau egal cu 4 conţine inelul $\mathbb{Z}_2[X]$?

a) 16; **b)** 15; **c)** 32; **d)** 8.

18. Câte soluţii are în inelul $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{4}\hat{x} = \hat{0}$?

a) 1; **b)** 4; **c)** 3; **d)** 2.

Se consideră integralele I_n, $n \in \mathbb{N}$, unde $I_0 = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$ şi $I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^n \, dx$, $(\forall)\ n \geq 1$ şi şirul $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $w_n = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{4} \cdot \ldots \cdot \dfrac{2n-1}{2n} \cdot \sqrt{2n+1}$, $(\forall)\ n \geq 1$.

19. I_0 este egal cu:

a) 2; **b)** 1; **c)** $\dfrac{\pi}{2}$; **d)** $-\dfrac{\pi}{2}$.

20. I_1 este:

a) 2; **b)** 1; **c)** -2; **d)** -1.

21. Mulţimea $\left\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 2, I_n = \dfrac{n-1}{n} I_{n-2}\right\}$ este:

(*Se poate folosi eventual metoda integrării prin părţi*)

a) $\mathbb{N} - \{0,1\}$; **b)** Vidă;
c) Finită, având cel mult 2003 elemente; **d)** Finită, având cel puţin 2004 elemente.

22. Mulţimea $\left\{n \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq \dfrac{I_n}{I_{n+1}} \leq \dfrac{n+1}{n}\right\}$ este:

a) Vidă; **b)** $\mathbb{N}^*$;
c) Finită, având cel mult 2003 elemente; **d)** Finită, având cel puţin 2004 elemente.

23. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{I_n}{I_{n+1}}$ este:

a) ∞; **b)** 1; **c)** $0,5$; **d)** 0.

24. Ştiind că $\dfrac{I_{2n}}{I_{2n+2}} = (w_n)^2 \cdot \dfrac{\pi}{2}$, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}^*$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} w_n$ este:

a) $\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$; **b)** 1; **c)** $\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}$; **d)** 0.

Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X + 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$. Pentru orice $k \in \mathbb{N}^*$, notăm cu $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$, iar $S_0 = 3$.

25. $f(-1)f(1)$ este:

a) 4; **b)** 6; **c)** -2; **d)** -8.

26. Numărul de rădăcini raţionale ale polinomului f este:

a) 1; **b)** 0; **c)** 2; **d)** 3.

27. Numărul de rădăcini reale ale polinomului f este:

a) 1; **b)** 3; **c)** 2; **d)** 0.

28. Suma $x_1 + x_2 + x_3$ este:

a) 1; **b)** 0; **c)** 3; **d)** 2.

29. Mulţimea $\{k \in \mathbb{N} \mid S_{k+3} - 4S_{k+1} + S_k = 0\}$ este:

a) $\emptyset$; **b)** Finită, având cel mult 2003 elemente;
c) $\mathbb{N}$; **d)** Finită, având cel puţin 2004 elemente.

30. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N} \mid S_n \in \mathbb{Z}\}$ este:

a) $\mathbb{N}$; **b)** Finită, având cel mult 2003 elemente;
c) Finită, având cel puţin 2004 elemente; **d)** $\emptyset$.

Filiera teoretică, specializarea Ştiinţe ale naturii
Filiera tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \{x\}(1 - \{x\})$, unde prin $\{x\}$ am notat partea fracţionară a numărului real x.

1. Câte dintre numerele $f(0,25)$, $f(0,5)$, $f(0,75)$ şi $f(1)$, sunt egale cu $f(0)$?

a) 1; **b)** 3; **c)** 0; **d)** 2.

2. Care dintre următoarele numere reprezintă perioadă pentru funcţia f?

a) $0,25$; **b)** $0,5$; **c)** 1; **d)** $0,75$.

3. Cât este $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$?

a) 0; **b)** Nu există; **c)** 1; **d)** -1.

4. Cum este mulţimea punctelor în care funcţia f nu este continuă?

a) Vidă; **b)** Finită, având cel mult 2003 elemente;
c) Finită, având cel puţin 2004 elemente; **d)** Infinită.

5. Care este aria suprafeţei plane mărginite de graficul funcţiei f, axa Ox şi de dreptele de ecuaţii $x = 0$ şi $x = 1$?

a) 1; **b)** $0,1(6)$; **c)** $0,2$; **d)** $0,5$.

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie "$\circ$" definită prin $x \circ y = x + y + 1$. Se ştie că legea "$\circ$" este asociativă.

6. Elementul neitru al legii "$\circ$" este:

a) -2; **b)** -1; **c)** 0; **d)** 1.

7. Simetricul elementului $x \in \mathbb{R}$, faţă de legea "$\circ$" este:

a) $-x + 1$; **b)** $-x - 1$; **c)** $-2 - x$; **d)** $-x$.

8. Elementul $(-10) \circ (-9) \circ \ldots \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 10)$ este:

a) 20; **b)** 22; **c)** 19; **d)** 21.

9. Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $4^x \circ 2^x = 21$ este:

a) 0; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 1.

Se consideră funcţiile $I_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $I_0(x) = 1$ şi $I_{n+1}(x) = \int_0^x I_n(t)\,dt$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$.

10. Suma $I_0(1) + I_0(2) + \ldots + I_0(2003)$ este:

a) 2003; **b)** 0; **c)** 2004; **d)** 2002.

11. $I_1(x)$, $x \in \mathbb{R}$ este:

a) 0; **b)** $\frac{x}{2}$; **c)** x; **d)** 1.

12. $I_{10}(x)$, $x \in \mathbb{R}$ este:

a) $10x$; **b)** $10!x^{10}$; **c)** $\frac{x^{10}}{10!}$; **d)** x^{10}.

13. $\lim_{n\to\infty} I_n(x)$, $x \in \mathbb{R}$ este:

a) ∞; **b)** $-\infty$; **c)** e; **d)** 0.

14. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{I_0(1) + I_1(1) + \ldots + I_n(1)}{n}$ este:

a) ∞; **b)** 0; **c)** 1; **d)** e.

Se consideră polinomul $f = X^4 - 4X^2 + 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, $x_4 \in \mathbb{C}$.

15. Suma $f(-1) + f(1)$ este:

a) 2; **b)** -4; **c)** 6; **d)** -8.

16. Câte rădăcini raţionale are polinomul f?

a) 2; **b)** 0; **c)** 1; **d)** 3.

17. Cum sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - 4x + 1 = 0$, rezolvată în mulţimea numerelor complexe?

a) Reale, una pozitivă şi una negativă; **b)** Reale şi negative;
c) Reale şi pozitive; **d)** Complexe nereale.

18. Câte rădăcini reale are polinomul f?

a) 3; **b)** 0; **c)** 2; **d)** 4.

19. Suma $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

a) -5; **b)** 1; **c)** 5; **d)** 0.

20. Produsul $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ este:

a) -1; **b)** -5; **c)** 1; **d)** 5.

În mulţimea $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

21. Matricea A^2 este:

a) A; **b)** $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; **c)** O_2; **d)** $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

22. Determinantul matricei A este:

a) -1; **b)** 10; **c)** 0; **d)** 1.

23. Ecuaţia $Z^2 = O_2$ are în $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$:

a) Un număr finit de soluţii, strict mai mari decât 1;
b) Un număr infinit de soluţii mai mari decât 1;
c) Nicio soluţie;
d) O infinitate de soluţii.

24. Ecuaţia $Y^2 = A$ are în $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$:

a) Un număr finit de soluţii, strict mai mari decât 1; **b)** Exact o soluţie;
c) Nicio soluţie; **d)** O infinitate de soluţii.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-4,3)$, $C(0,-5)$ şi $O(0,0)$.

25. Suma $OA + OB + OC$ este:

a) 15; **b)** 10; **c)** 12; **d)** 11.

26. Punctele A, B şi C se află pe curba:

a) $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$; **b)** $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{16} = 1$; **c)** $x^2 + y^2 = 25$; **d)** $x + y = 7$.

27. Ecuaţia dreptei AB este:

a) $(xy)^2 = 12^2$; **b)** $7y = x + 25$; **c)** $7x = y + 25$; **d)** $x^2 + y^2 = 25$.

28. Panta dreptei AC este:

a) 3; **b)** 9; **c)** $\frac{1}{3}$; **d)** $\frac{1}{9}$.

29. Aria triunghiului ABC este:

a) 30; **b)** 35; **c)** 60; **d)** 25.

30. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este:

a) 5; **b)** 3; **c)** $4,5$; **d)** 4.

Proba d

Profil real: matematică-fizică, informatică, metrologie
pentru absolvenţii claselor a XIII-a (zi, seral şi frecvenţă redusă) promoţia 2003 şi promoţiile anterioare

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Se consideră integralele I_n, $n \in \mathbb{N}$, unde $I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$ şi $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^n \, dx$, $(\forall)\ n \geq 1$ şi şirul $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $w_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \ldots \cdot \frac{2n-1}{2n} \cdot \sqrt{2n+1}$, $(\forall)\ n \geq 1$.

1. I_0 este egal cu:

a) $-\frac{\pi}{2}$; **b)** 2; **c)** $\frac{\pi}{2}$; **d)** 1.

2. I_1 este:

a) 1; **b)** 2; **c)** -2; **d)** -1.

3. Mulţimea $\left\{n \in \mathbb{N} \,|\, n \geq 2, I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}\right\}$ este:

(*Se poate folosi eventual metoda integrării prin părţi*)

a) Finită, având cel puţin 2004 elemente; **b)** Vidă;
c) Finită, având cel mult 2003 elemente; **d)** $\mathbb{N} - \{0, 1\}$.

4. Mulţimea $\left\{n \in \mathbb{N}^* \,|\, 1 \leq \frac{I_n}{I_{n+1}} \leq \frac{n+1}{n}\right\}$ este:

a) Finită, având cel mult 2003 elemente; **b)** $\mathbb{N}^*$;
c) Vidă; **d)** Finită, având cel puţin 2004 elemente.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{I_n}{I_{n+1}}$ este:

a) 1; **b)** ∞; **c)** $0,5$; **d)** 0.

6. Ştiind că $\frac{I_{2n}}{I_{2n+2}} = (w_n)^2 \cdot \frac{\pi}{2}$, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}^*$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} w_n$ este:

a) 1; **b)** $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$; **c)** 0; **d)** $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

Se consideră mulţimea $M = \{1, 2, 3, \ldots, 8\}$.

7. Media aritmetică a elementelor mulţimii M este:

a) $4,5$; **b)** 6; **c)** 8; **d)** 5.

8. Numărul de submulţimi cu şase elemente ale mulţimii M este:

a) 64; **b)** 32; **c)** 28; **d)** 30.

9. Numărul total de submulţimi ale mulţimii M este:

a) 8^8; **b)** 2^8; **c)** $8!$; **d)** 3^8.

10. Câte elemente are mulţimea $\{(a, b) \,|\, a, b \in M, a < b, a \text{ divide pe } b\}$?

a) 11; **b)** 13; **c)** 12; **d)** 10.

11. Numărul de progresii aritmetice de trei elemente cu raţia strict pozitivă care se pot forma cu elementele mulţimii M este:

a) 11; **b)** 12; **c)** 13; **d)** 10.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + x)$. Notăm prin $f^{(n)}(x)$, derivata de ordinul n a funcţiei f în punctul x.

12. Cât este $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x}$?

a) 2; **b)** 5; **c)** 1; **d)** 0.

13. Ce se poate spune despre asimptota la graficul funcţiei f către $-\infty$?

a) Este dreapta $y = x$; **b)** Nu există; **c)** Este dreapta $y = 1$; **d)** Este dreapta $y = 0$.

14. Câte puncte de inflexiune are graficul funcţiei f?

a) 1; **b)** 0; **c)** 3; **d)** 2.

15. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N}^* \mid f^{(n)}(x) = e^x(x^2 + (2n+1)x + n^2),\ (\forall)\, x \in \mathbb{R}\}$ este:

a) Finită, având cel mult 2003 elemente; **b)** $\mathbb{N}^*$;
c) Vidă; **d)** Finită, având cel puţin 2004 elemente.

16. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f'(0) + f''(0) + \ldots + f^{(n)}(0)}{n^3}$ este:

a) 1; **b)** ∞; **c)** 0; **d)** $0,(3)$.

Se consideră polinomul $f = X^3 - 5X + 1$, cu rădăcinile $x_1,\ x_2,\ x_3 \in \mathbb{C}$. Pentru orice $k \in \mathbb{N}^*$, notăm cu $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$, iar $S_0 = 3$. Fie a o rădăcină a polinomului f, $B = \{h(a) \mid h \in \mathbb{Q}[X], \mathrm{grad}(h) < 3\}$ şi $A = \{g(a) \mid g \in \mathbb{Q}[X]\}$.

17. $f(-1)f(1)$ este:

a) -15; **b)** -5; **c)** 15; **d)** -3.

18. Numărul de rădăcini raţionale ale polinomului f este:

a) 2; **b)** 3; **c)** 1; **d)** 0.

19. Numărul de rădăcini reale ale polinomului f este:

a) 3; **b)** 0; **c)** 1; **d)** 2.

20. Suma $x_1 + x_2 + x_3$ este:

a) 3; **b)** 0; **c)** 1; **d)** 2.

21. Mulţimea $\{k \in \mathbb{N} \mid S_{k+3} - 5S_{k+1} + S_k = 0\}$ este:

a) $\emptyset$; **b)** $\mathbb{N}$;
c) Finită, având cel mult 2003 elemente; **d)** Finită, având cel puţin 2004 elemente.

22. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N} \mid S_n \in \mathbb{Z}\}$ este:

a) $\mathbb{N}$; **b)** Finită, având cel mult 2003 elemente;
c) Finită, având cel puţin 2004 elemente; **d)** $\emptyset$.

23. Mulţimea $A - B$ este:

a) Infinită; **b)** Finită, având cel mult 2003 elemente;
c) Vidă; **d)** Finită, având cel puţin 2004 elemente.

24. Care dintre elementele următoare din mulţimea B este egal cu $\dfrac{1}{a}$?

a) $a^2 - 5$; **b)** $a^2 - 5a$; **c)** $5 - a^2$; **d)** a.

25. Mulţimea $(B, +, \cdot)$ formează o structură de:

(Prin "$+$" şi "$\cdot$" înţelegem adunarea şi înmulţirea numerelor complexe)

a) Nu formează nicio structură; **b)** Corp necomutativ;
c) Corp comutativ; **d)** Inel comutativ care nu este corp.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(-1, 0)$, $D(0, -1)$ şi $O(0, 0)$.

26. Segmentul AB are lungimea:

a) $\sqrt{3}$; **b)** 1; **c)** $\sqrt{2}$; **d)** 2.

27. Suma $OA + OB + OC + OD$ este:

a) 1; **b)** 4; **c)** 2; **d)** 0.

28. Panta dreptei AB este:

a) 0; **b)** -1; **c)** 1; **d)** -2.

29. Ecuaţia dreptei AC este:

a) $xy = 0$; **b)** $x^2 = 1$; **c)** $y = 0$; **d)** $x^2 + y^2 = 1$.

30. Aria patrulaterului $ABCD$ este:

a) 3; **b)** 4; **c)** 2; **d)** 1.

pentru absolvenţii claselor a XII-a, promoţia 2003

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul ◦, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul ×.**

1. Suma $\sin(-90°) + \sin(-89°) + \ldots + \sin(-1°) + \sin 0° + \sin 1° + \ldots + \sin 89° + \sin 90°$ este:

a) 0; **b)** -1; **c)** 1; **d)** $0,5$.

2. Produsul $\cos 0° \cdot \cos 1° \cdot \ldots \cdot \cos 179° \cdot \cos 180°$ este:

a) 0; **b)** -1; **c)** $0,5$; **d)** 1.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \backslash \{-1, -2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$.

3. Expresia $f(x) - \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2}$, $x \in \mathbb{R} \backslash \{-1, -2\}$ este:

a) $2f(x)$; **b)** $-\dfrac{2}{x+1}$; **c)** 0; **d)** $\dfrac{2}{x+2}$.

4. Numărul de asimptote verticale la graficul funcţiei f este:

a) 1; **b)** 0; **c)** 2; **d)** 3.

5. Aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele $x = 0$ şi $x = 1$ este:

a) 1; **b)** $\ln \dfrac{3}{4}$; **c)** $\ln \dfrac{4}{3}$; **d)** $\operatorname{arctg} 2$.

6. $\lim\limits_{x \to \infty} x^2 f(x)$ este:

a) $0,5$; **b)** 1; **c)** 0; **d)** ∞.

7. $\lim\limits_{n \to \infty} (f(0) + f(1) + \ldots + f(n))$ este:

a) $0,5$; **b)** 2; **c)** 1; **d)** ∞.

Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, \ldots, 10, 11, 12\}$.

8. Câte submulţimi cu două elemente are mulţimea A?

a) 54; **b)** 57; **c)** 50; **d)** 55.

9. Câte submulţimi nevide ale mulţimii A au proprietatea că suma elementelor lor este egală cu 5?

a) 1; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 2.

10. Care este probabilitatea ca alegând un element din mulţimea A, acesta să fie număr par?

a) $0,(45)$; **b)** $0,5$; **c)** $0,4$; **d)** $0,(5)$.

Se consideră funcţiile $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_0(x) = xe^x$ şi $f_{n+1}(x) = f_n'(x)$, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$.

11. $f_1(x)$, $x \in \mathbb{R}$ este:

a) $e^x(x-1)$; **b)** $e^x(x+1)$; **c)** xe^x; **d)** $e^x + x$.

12. Ecuaţia $f^{(n)}(x) = 0$ are soluţia:

a) $x = 1$; **b)** $x = 2$; **c)** $x = -2$; **d)** $x = 0$.

13. $f_{2003}(0)$ este:

a) $2003!$; **b)** 2002; **c)** -2003; **d)** 2003.

14. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este:

a) ∞; **b)** 1; **c)** $\dfrac{n+1}{n}$; **d)** 0.

15. Asimptota orizontală la graficul funcţiei f_0 către $-\infty$ este:

a) $y = 0$; **b)** $y = x + 1$; **c)** $y = 1$; **d)** $y = x$.

Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie "$\circ$" prin $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$.

16. Elementul $x \circ y$ mai poate fi scris $(\forall)$ $x, y \in \mathbb{R}$:

a) $(x-2)(y+2)-2$; **b)** $(x-2)(y-2)+2$; **c)** $(x+2)(y-2)+2$; **d)** $(x+2)(y+2)-2$.

17. Egalitatea $x \circ (y \circ z) = x \circ (y \circ z)$ are loc:

a) Numai când $y = z$; **b)** Oricare ar fi numerele reale x, y, z;
c) Numai când $x = y = z$; **d)** Numai când $x = y$.

18. Elementul neutru al legii "$\circ$" este:

a) 1; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 0.

19. Ecuaţia $2^x \circ 4^x = 2$ are suma soluţiilor egală cu:

a) 1; **b)** 3; **c)** $1,5$; **d)** 2.

20. Mulţimea $\{x \in \mathbb{R} \,|\, x \circ 2 = 2\}$ este:

a) $\mathbb{R}$; **b)** Finită, având cel puţin 2 elemente;
c) Formată dintr-un element.; **d)** $\emptyset$.

21. Elementul $(-2003) \circ (-2002) \circ \ldots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 2002 \circ 2003$ este:

a) -1; **b)** 2; **c)** 0; **d)** 1.

Se consideră polinoamele $f = X^2 - 3X + 2$, $g = X^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ şi matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

22. Rădăcinile polinomului f sunt:

a) $x_1 = 1$, $x_2 = 2$; **b)** $x_1 = -1$, $x_2 = 2$; **c)** $x_1 = -1$, $x_2 = -2$; **d)** $x_1 = 1$, $x_2 = -2$.

23. Matricea A^2 este:

a) $2A$; **b)** $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; **c)** $A + I_2$; **d)** $A - I_2$.

24. $f(A) = A^2 - 3A + 2I_2$ este:

a) A; **b)** $A + I_2$; **c)** O_2; **d)** I_2.

25. Restul împărţirii polinomului g la polinomul f este:

a) $(2^n+1)X+2+2^n$; **b)** $(2^n+1)X+2-2^n$; **c)** $(2^n-1)X+2+2^n$; **d)** $(2^n-1)X+2-2^n$.

26. Egalitatea $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 2^n - 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este adevărată:

a) $(\forall)$ $n \in \mathbb{N}^*$;
b) Pentru un număr finit de valori ale lui $n \in \mathbb{N}^*$, mai mare decât 2;
c) Pentru nicio valoare a lui $n \in \mathbb{N}^*$;
d) Pentru exact o valoare a lui $n \in \mathbb{N}^*$.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-1, \sqrt{3})$, $B(-1, -\sqrt{3})$, $C(2, 0)$.

27. Perimetrul triunghiului ABC este:

a) 6; **b)** $3\sqrt{3}$; **c)** $6\sqrt{3}$; **d)** $2\sqrt{3}$.

28. Aria triunghiului ABC este:

a) 4; **b)** 3; **c)** $3\sqrt{3}$; **d)** 9.

29. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este:

a) $\sqrt{3}$; **b)** 2; **c)** $\sqrt{2}$; **d)** 1.

30. Măsura unghiului A din triunghiul ABC este:

a) $45°$; **b)** $60°$; **c)** $30°$; **d)** $90°$.

Profil pedagogic. Pentru absolvenţii claselor a XIII-a (zi, seral şi frecvenţă redusă)
promoţia 2003 şi promoţiile anterioare

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Se consideră polinomul $f = X^3 - 5X + 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$. Pentru orice $k \in \mathbb{N}^*$, notăm cu $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$, iar $S_0 = 3$.

1. $f(-1)f(1)$ este:

a) -5; **b)** -15; **c)** 15; **d)** -3.

2. Numărul de rădăcini raţionale ale polinomului f este:

a) 2; **b)** 1; **c)** 3; **d)** 0.

3. Numărul de rădăcini reale ale polinomului f este:

a) 0; **b)** 3; **c)** 2; **d)** 1.

4. Suma $x_1 + x_2 + x_3$ este:

a) 3; **b)** 2; **c)** 0; **d)** 1.

5. Mulţimea $\{k \in \mathbb{N} \mid S_{k+3} - 4S_{k+1} + S_k = 0\}$ este:

a) $\emptyset$; **b)** $\mathbb{N}$;
c) Finită, având cel puţin 2004 elemente; **d)** Finită, având cel mult 2003 elemente.

6. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N} \mid S_n \in \mathbb{Z}\}$ este:

a) Finită, având cel puţin 2004 elemente; **b)** $\mathbb{N}$;
c) $\emptyset$; **d)** Finită, având cel mult 2003 elemente.

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

7. Determinantul matricei A este:

a) 2; **b)** 3; **c)** 1; **d)** -1.

8. Suma elementelor matricei A^3 este:

a) 1; **b)** 0; **c)** 2; **d)** -2.

9. Cel mai mic număr natural nenul n, pentru care $A^n = I_2$ este:

a) 4; **b)** 6; **c)** 5; **d)** 3.

10. Matricea $I_2 + A + A^2 + \ldots + A^5$ este:

a) $-I_2$; **b)** A; **c)** I_2; **d)** O_2.

11. Determinantul matricei $A + A^2 + \ldots + A^{2003}$ este:

a) -1; **b)** 1; **c)** 0; **d)** 2003.

Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie "$\circ$" prin $x \circ y = xy + x + y$.

12. Elementul $x \circ y$ mai poate fi scris $(\forall)$ $x, y \in \mathbb{R}$:

a) $(x+1)(y+1)-1$; **b)** $(x-1)(y-1)+1$; **c)** $(x-1)(y-1)-1$; **d)** $(x+1)(y+1)+1$.

13. Egalitatea $x \circ (y \circ z) = x \circ (y \circ z)$ are loc:

a) Numai dacă $x + y + z = 0$; **b)** Numai dacă $x = y = z$;
c) Oricare ar fi numerele reale x, y, z; **d)** Numai dacă $x = y$.

14. Mulţimea $\{x \in \mathbb{R} \,|\, x \circ (-1) = -1\}$ este:

a) $\{-1\}$; **b)** Finită, având cel puţin 2 elemente;
c) $\mathbb{R}$; **d)** $\emptyset$.

15. Expresia $(-2003) \circ (-2002) \circ \ldots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 2002 \circ 2003$ este:

a) 2003!; **b)** 1; **c)** -1; **d)** 0.

Într-o lună, ziua de joi a fost de trei ori în zile cu număr par.

16. Câte zile de joi a avut luna respectivă?

a) 4; **b)** 5; **c)** 7; **d)** 6.

17. În ce dată a fost prima zi de joi a lunii respective?

a) 1; **b)** 3; **c)** 2; **d)** 4.

18. Ce zi a fost în data de 15 a lunii respective?

a) Marţi; **b)** Vineri; **c)** Miercuri; **d)** Joi.

Într-un plan se consideră pentagonul convex $ABCDE$.

19. Câte drepte au două puncte comune cu mulţimea $\{A, B, C, D, E\}$?

a) 25; **b)** 15; **c)** 20; **d)** 10.

20. Câte triunghiuri au toate vârfurile în mulţimea $\{A, B, C, D, E\}$?

a) 20; **b)** 15; **c)** 10; **d)** 25.

21. Câte diagonale are pentagonul convex $ABCDE$?

a) 10; **b)** 15; **c)** 20; **d)** 5.

22. Care este suma măsurilor unghiurilor pentagonului convex $ABCDE$?

a) $900°$; **b)** $540°$; **c)** $450°$; **d)** $720°$.

23. Care este numărul maxim de unghiuri ascuţite pe care îl poate avea un poligon convex cu 10 laturi?

a) 4; **b)** 3; **c)** 2; **d)** 5.

Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, 3, \ldots, 9\}$.

24. Media aritmetică a elementelor mulţimii A este:

a) 7; **b)** 5; **c)** 9; **d)** 6.

25. Numărul de submulţimi cu şase elemente ale mulţimii A este:

a) 84; **b)** 72; **c)** 76; **d)** 81.

26. Numărul total de submulţimi ale mulţimii A este:

a) 9^9; **b)** $9!$; **c)** 3^9; **d)** 2^9.

27. Numărul de progresii aritmetice de trei elemente cu raţia strict pozitivă care se pot forma cu elementele mulţimii A este:

a) 12; **b)** 16; **c)** 10; **d)** 14.

Se consideră numărul $a = 2^{2003}$.

28. Câte cifre are numărul a scris în baza 2?

a) 2004; **b)** 2003; **c)** 2001; **d)** 2002.

29. Care este numărul de cifre ”0” folosite pentru scrierea în baza 2 a numărului a?

a) 2000; **b)** 1; **c)** 2003; **d)** 1000.

30. Care este suma cifrelor numărului a, scris în baza 2?
(Suma se calculează în baza 10)

a) 1000; **b)** 2003; **c)** 2; **d)** 1.

Proba d

Clase de: economie, fizică-chimie, chimie-biologie, militar (real), industrial, agricol, silvic, sportiv (real) pentru absolvenţii claselor a XIII-a (zi, seral şi frecvenţă redusă), promoţia 2003 şi promoţiile anterioare

- $\diamondsuit$ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- $\diamondsuit$ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- $\diamondsuit$ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- $\diamondsuit$ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie "$\circ$" definită prin $x \circ y = x + y + 1$. Se ştie că legea "$\circ$" este asociativă.

1. Elementul neutru al legii "$\circ$" este:

a) -1; **b)** -2; **c)** 0; **d)** 1.

2. Simetricul elementului $x \in \mathbb{R}$, faţă de legea "$\circ$" este:

a) $-2 - x$; **b)** $-x + 1$; **c)** $-x$; **d)** $-x - 1$.

3. Elementul $(-10) \circ (-9) \circ \ldots \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 9 \circ 10$ este:

a) 19; **b)** 20; **c)** 21; **d)** 22

4. Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $4^x \circ 2^x = 21$ este:

a) 2; **b)** 0; **c)** 1; **d)** 3.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-4,3)$, $C(0,-5)$ şi $O(0,0)$.

5. Suma $OA + OB + OC$ este:

a) 12; **b)** 15; **c)** 11; **d)** 10.

6. Câte drepte au câte două puncte în mulţimea $\{A, B, C, D, O\}$?

a) 5; **b)** 8; **c)** 6; **d)** 4.

7. Ecuaţia dreptei AB este:

a) $x^2 + y^2 = 25$; **b)** $(xy)^2 = 12^2$; **c)** $7x = y + 25$; **d)** $7y = x + 25$.

8. Panta dreptei AC este:

a) $\frac{1}{3}$; **b)** 9; **c)** $\frac{1}{9}$; **d)** 3.

9. Câte triunghiuri au toate vârfurile în mulţimea $\{A, B, C, O\}$?

a) 5; **b)** 4; **c)** 6; **d)** 3.

Se consideră funcţiile $I_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $I_0(x) = 1$ şi $I_{n+1}(x) = \int_0^x I_n(t)\, dt$, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$.

10. Suma $I_0(1) + I_0(2) + \ldots + I_0(2003)$ este:

a) 2002; **b)** 2004; **c)** 0; **d)** 2003.

11. $I_1(x)$, $x \in \mathbb{R}$ este:

a) x; **b)** 0; **c)** $\frac{x}{2}$; **d)** 1.

12. $I_{10}(x)$, $x \in \mathbb{R}$ este:

a) $\frac{x^{10}}{10!}$; **b)** $10!x^{10}$; **c)** $10x$; **d)** x^{10}.

13. $\lim_{n\to\infty} I_n(x)$, $x \in \mathbb{R}$ este:

a) 0; **b)** ∞; **c)** $-\infty$; **d)** e.

14. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{I_0(1)+I_1(1)+\ldots+I_n(1)}{n}$ este:

a) 0; **b)** e; **c)** ∞; **d)** 1.

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$.

15. Egalitatea $f(x)=(x^2-5x+5)^2-1$ are loc pentru:

a) Numai pentru $x=0$; **b)** Numai pentru $x\leq 0$;
c) $(\forall)\ x\in\mathbb{R}$; **d)** Numai pentru $x\geq 0$.

16. Ecuaţia $f(x)=0$, $x\in\mathbb{R}$ are suma soluţiilor:

a) -10; **b)** 0; **c)** 10; **d)** 4.

17. Ecuaţia $f'(x)=0$, $x\in\mathbb{R}$ are numărul soluţiilor:

a) 0; **b)** 3; **c)** 2; **d)** 1.

18. Numărul punctelor de extrem local ale funcţiei f este:

a) 1; **b)** 4; **c)** 2; **d)** 3.

19. Numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcţiei f este:

a) 2; **b)** 1; **c)** 4; **d)** 3.

20. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{xf'(x)}{f(x)}$ este:

a) 4; **b)** ∞; **c)** 1; **d)** 0.

Se consideră polinomul $f=X^4-5X^2+1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4\in\mathbb{C}$.

21. Suma $f(-1)+f(1)$ este:

a) 6; **b)** 0; **c)** -3; **d)** -6.

22. Câte rădăcini raţionale are polinomul f?

a) 1; **b)** 0; **c)** 2; **d)** 3.

23. Cum sunt rădăcinile ecuaţiei $x^2-5x+1=0$?

a) Reale şi pozitive; **b)** Reale, una pozitivă şi una negativă;
c) Reale şi negative; **d)** Complexe nereale.

24. Câte rădăcini reale are polinomul f?

a) 3; **b)** 4; **c)** 2; **d)** 0.

25. Suma $x_1+x_2+x_3+x_4$ este:

a) 0; **b)** 5; **c)** -5; **d)** 1.

26. Produsul $x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4$ este:

a) 0; **b)** 1; **c)** -5; **d)** 5.

În mulţimea $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$.

27. Matricea A^2 este:

a) O_2; **b)** A; **c)** $\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$; **d)** $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$.

28. Determinantul matricei A este:

a) 1; **b)** 10; **c)** 0; **d)** -1.

29. Ecuaţia $Z^2=O_2$ are în $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$:

a) Un număr finit de soluţii, strict mai mare decât 1;
b) O infinitate de soluţii;
c) Nicio soluţie;
d) Exact o soluţie.

30. Ecuaţia $Y^2 = A$ are în $\mathscr{M}_2(\mathbb{C})$:

- **a)** O infinitate de soluţii;
- **b)** Exact o soluţie;
- **c)** Nicio soluţie;
- **d)** Un număr finit de soluţii, strict mai mare decât 1.

pentru absolvenţii claselor a XII-a, promoţia 2003

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Determinantul matricei A este:

a) 3; **b)** -1; **c)** 2; **d)** 1.

2. Suma elementelor matricei A^3 este:

a) 1; **b)** -2; **c)** 0; **d)** 2.

3. Cel mai mic număr natural nenul n, pentru care $A^n = I_2$ este:

a) 6; **b)** 4; **c)** 5; **d)** 3

4. Matricea $I_2 + A + A^2 + \ldots + A^5$ este:

a) $-I_2$; **b)** O_2; **c)** A; **d)** I_2.

5. Determinantul matricei $A + A^2 + \ldots + A^{2003}$ este:

a) -1; **b)** 0; **c)** 2003; **d)** 1.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + e^{-x}$.

6. $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$, este:

a) $-e^x + e^{-x}$; **b)** $-e^x - e^{-x}$; **c)** $e^x + e^{-x}$; **d)** $e^x - e^{-x}$.

7. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ este:

a) $-e + e^{-1}$; **b)** $e + e^{-1}$; **c)** $e - e^{-1}$; **d)** $-e - e^{-1}$.

8. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ este:

a) $-e - e^{-1}$; **b)** $e - e^{-1}$; **c)** $-e + e^{-1}$; **d)** $e + e^{-1}$.

9. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt}{f'(x)}$ este:

a) 0; **b)** $-\infty$; **c)** 1; **d)** ∞.

10. Mulţimea $\{x \in \mathbb{R} \mid f'(x) > 0\}$ este:

a) $(0, \infty)$; **b)** $(-1, \infty)$; **c)** $(-\infty, 0)$; **d)** $(-\infty, 1)$.

11. Mulţimea $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) + f(27x) > f(5x) + f(1985x)\}$ este:

a) $(-\infty, 0)$; **b)** $\mathbb{R}$; **c)** $(0, \infty)$; **d)** $\emptyset$.

Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, \ldots, 9\}$.

12. Câte submulţimi are mulţimea A?

a) 510; **b)** 512; **c)** 500; **d)** 525.

13. Câte submulţimi cu două elemente are mulţimea A?

a) 40; **b)** 80; **c)** 36; **d)** 50.

14. Care este probabilitatea ca alegând un elemente al mulţimii A, acesta să fie număr par?

a) $0,4$; **b)** $0,(5)$; **c)** $0,5$; **d)** $0,(4)$.

15. În câte submulţimi ale mulţimii A se află simultan elementele 1 şi 2?

a) 256; **b)** 100; **c)** 128; **d)** 130.

16. Care este media aritmetică a elementelor mulţimii A?

a) 6; **b)** 10; **c)** 4; **d)** 5.

Se consideră funcţiile $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_0(x) = x^{100} + x^{99} + \ldots + x + 1$ şi $f_{n+1}(x) = f_n'(x)$, $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$ şi $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$.

17. $f_0(1)$ este:

a) 100; **b)** 101; **c)** 99; **d)** 102.

18. $f_1(0)$ este:

a) 100; **b)** 1; **c)** 0; **d)** 99.

19. $\displaystyle\int_0^1 f_{2003}(x)\ dx$ este:

a) $2003!$; **b)** 0; **c)** $2002!$; **d)** 1.

20. $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(n)$ este:

a) ∞; **b)** 0; **c)** n; **d)** e.

21. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f_0(0) + f_1(0) + \ldots + f_n(0)}{n}$ este:

a) 0; **b)** ∞; **c)** e; **d)** $0,5$.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(x) = 2x - 1$, $(\forall)\ x \in \mathbb{Z}$.

22. Suma $f(1) + f(2) + \ldots + f(2003)$ este:

a) 2003^2; **b)** $2003 \cdot 1002$; **c)** $2003 \cdot 2004$; **d)** $2003!$.

23. Mulţimea $\mathbb{Z} - \{f(x)\,|\,x \in \mathbb{Z}\}$ este:

a) Infinită; **b)** Vidă;
c) Finită, având cel puţin 2004 elemente; **d)** Finită, având cel mult 2003 elemente.

24. Mulţimea $\{h : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}\,|\,(h \circ f)(x) = x,\ (\forall)\, x \in \mathbb{Z}\}$ este:

a) Finită, având cel puţin 2004 elemente; **b)** Infinită;
c) Vidă; **d)** Finită, având cel mult 2003 elemente.

25. Mulţimea $\{g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}\,|\,(f \circ g)(x) = x,\ (\forall)\, x \in \mathbb{Z}\}$ este:

a) Finită, având cel puţin 2004 elemente; **b)** Finită, având cel mult 2003 elemente;
c) Vidă; **d)** Infinită.

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(n, n^2)$, $n \in \mathbb{N}$.

26. Panta dreptei A_0A_1 este:

a) -1; **b)** 1; **c)** 2; **d)** -2.

27. Ecuaţia dreptei A_0A_1 este:

a) $y = x$; **b)** $x^2 + y = 0$; **c)** $x + y = 0$; **d)** $y = x^2$.

28. Aria triunghiului $A_0A_1A_2$ este:

a) 4; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 1.

29. Numărul de elemente ale mulţimii $\{n \in \mathbb{N} \mid A_n \in A_0A_1\}$ este:

a) Cuprins între 3 şi 10; **b)** Finit, dar strict mai mare decât 10; **c)** 2; **d)** Infinit.

30. Câte triunghiuri au toate vârfurile în mulţimea $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$?

a) 2; **b)** 4; **c)** 5; **d)** 3.

Proba f

Profil umanist. Pentru absolvenţii claselor a XIII-a (zi, seral şi frecvenţă redusă), promoţia 2003 şi promoţiile anterioare

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Se consideră funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ şi $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 - 5x + 5$.

1. Egalitatea $f(x) = (g(x))^2 - 1$ este adevărată:

a) Numai pentru $x < 0$; **b)** Numai pentru $x > 0$; **c)** $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$; **d)** Numai pentru $x = 0$.

2. Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $g(x) = 0$ este:

a) 1; **b)** 0; **c)** 3; **d)** 2.

3. Valoarea minimă pe $\mathbb{R}$ a funcţiei f este:

a) 0; **b)** -1; **c)** 2; **d)** 1

4. Numărul de puncte de minim ale funcţiei f este:

a) 3; **b)** 1; **c)** 4; **d)** 2.

5. Numărul de puncte de inflexiune ale graficului funcţiei f este:

a) 1; **b)** 3; **c)** 0; **d)** 2.

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Determinantul matricei B este:

a) 1; **b)** -6; **c)** -1; **d)** 5.

7. Matricea A^2 este:

a) $A + I_2$; **b)** B; **c)** A; **d)** I_2.

8. Matricea A^{2003} este:

a) B; **b)** I_2; **c)** $A + I_2$; **d)** A.

9. Matricea $A + A^2 + \ldots + A^{2004}$ este:

a) $1002(A + I_2)$; **b)** A; **c)** $2004(A + I_2)$; **d)** I_2.

10. Mulţimea $\{n \in \mathbb{N}^* \mid (BA)^n \neq I_2\}$ este:

a) Finită, având cel puţin 11 elemente; **b)** Infinită, dar diferită de $\mathbb{N}^*$; **c)** Finită, având între 1 şi 10 elemente; **d)** $\mathbb{N}^*$.

Se consideră funcţia $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$.

11. Expresia $f(x) - \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2}$, $x \in [0, \infty)$, este:

a) $\dfrac{2}{x+2}$; **b)** 0; **c)** -8; **d)** 4.

12. Asimptotă către $+\infty$, la graficul funcţiei f este:

a) $y = 0$; **b)** $y = 1$; **c)** $y = x$; **d)** $y = -2$.

13. $\lim_{x\to 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ este:

a) 1; **b)** $-0,25$; **c)** $-0,13(8)$; **d)** 0.

14. $\int_0^1 f(x)\,dx$ este:

a) $-2-\ln 3$; **b)** $-2+\ln 3$; **c)** $2+\ln 3$; **d)** $\ln 4-\ln 3$.

15. $\lim_{x\to\infty} x^2 f(x)$ este:

a) 1; **b)** ∞; **c)** 0; **d)** $0,5$.

Se consideră polinoamele $f = X^2 - X + 1$ cu rădăcinile $x_1,\, x_2 \in \mathbb{C}$ şi $g = X^3 + 1$.

16. Restul împărţirii polinomului g la polinomul f este:

a) X; **b)** $X+1$; **c)** 0; **d)** 1.

17. Expresia $x_1^3 - x_2^3$ este:

a) 0; **b)** 1; **c)** -1; **d)** i.

18. Suma $x_1 + x_2 + x_1x_2$ este:

a) -1; **b)** 0; **c)** -2; **d)** 2.

19. Suma $x_1^{2004} + x_2^{2004}$ este:

a) -1; **b)** 2; **c)** -2; **d)** 0.

20. Suma $1 + x_1 + x_1^2 + x_1^3 + \ldots + x_1^{2004}$ este:

a) i; **b)** 1; **c)** 0; **d)** -1.

Pe mulţimea numerelor complexe se consideră legea de compoziţie "$\circ$", definită prin $x \circ y = xy - ix - iy - 1 + i$.

21. Elementul $x \circ y$ mai poate fi scris $(\forall)$ $x,\, y,\, z \in \mathbb{C}$:

a) $(x+i)(y+i)+i$; **b)** $(x-i)(y-i)+i$; **c)** $(x+i)(y+i)-i$; **d)** $(x-i)(y-i)-i$.

22. Egalitatea $x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$ este adevărată:

a) Numai dacă $x = i$; **b)** Numai dacă $x = y$;
c) Pentru orice $x,\, y,\, z \in \mathbb{C}$; **d)** Numai dacă $x = y = z$.

23. Mulţimea $\{x \in \mathbb{C} \,|\, x \circ i = i\}$ este:

a) Formată dintr-un element; **b)** Finită, având cel puţin 2 elemente;
c) $\mathbb{C}$; **d)** Infinită, dar diferită de $\mathbb{C}$.

24. Expresia $(-100i) \circ (-99i) \circ \ldots \circ (-i) \circ 0 \circ i \circ (2i) \circ \ldots \circ (99i) \circ (100i)$ este:

a) 0; **b)** 1; **c)** i; **d)** $-i$.

25. Ecuaţia $x \circ x \circ x \circ x = 1 + i$ are în $\mathbb{C}$:

a) 4 soluţii; **b)** 2 soluţii; **c)** 3 soluţii; **d)** o soluţie.

26. Produsul $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \ldots \cdot \hat{8}$ în $\mathbb{Z}_9$ este:

a) $\hat{4}$; **b)** $\hat{6}$; **c)** $\hat{2}$; **d)** $\hat{0}$.

27. În $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{x}^3 = \hat{x}$ are:

a) 3 soluţii; **b)** 4 soluţii; **c)** 6 soluţii; **d)** 2 soluţii.

28. Cel mai mic număr natural n pentru care $2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n > 2003$ este:

a) 10; **b)** 11; **c)** 9; **d)** 12.

29. Suma $\hat{1} + \hat{2} + \ldots + \hat{8}$ în $\mathbb{Z}_9$ este:

a) $\hat{0}$; **b)** $\hat{5}$; **c)** $\hat{8}$; **d)** $\hat{6}$.

30. În $\mathbb{Z}_9$ ecuaţia $\hat{6}\hat{x} = \hat{0}$ are:

a) 3 soluţii; **b)** o soluţie; **c)** 2 soluţii; **d)** 4 soluţii.

Pentru absolvenţii claselor a XII-a, promoţia 2003

- ♢ **Toţi itemii sunt obligatorii. Fiecare item are un singur răspuns corect.**
- ♢ **Se acordă câte 3 puncte pentru fiecare răspuns corect. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- ♢ **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- ♢ **Pentru fiecare item, completaţi pe foaia de examen, răspunsul pe care-l consideraţi corect, cu simbolul $\circ$, iar răspunsurile considerate greşite cu simbolul $\times$.**

Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, \ldots, 7, 8\}$.

1. Care este media aritmetică a elementelor mulţimii A?

a) $4,5$; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5.

2. Câte submulţimi cu două elemente are mulţimea A?

a) 28; **b)** 64; **c)** 20; **d)** 56.

3. Care este media geometrică a elementelor divizibile cu 3 din mulţimea A?

a) $\sqrt{18}$; **b)** $\sqrt{24}$; **c)** $\sqrt{12}$; **d)** 3

4. Câte submulţimi cu număr impar de elemente are mulţimea A?

a) 128; **b)** 100; **c)** 64; **d)** 36.

5. Câte perechi $(a, b) \in A \times A$ verifică relaţia $a + b = 9$?

a) 9; **b)** 10; **c)** 8; **d)** 6.

6. Câte submulţimi ale mulţimii A au suma elementelor egală cu 5?

a) 5; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 4.

Se consideră numărul $\frac{1}{21} = 0, a_1 a_2 a_3 \ldots a_n \ldots$.

7. Suma $a_1 + a_2$ este:

a) 5; **b)** 9; **c)** 3; **d)** 4.

8. Produsul $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{2003}$ este:

a) 0; **b)** 13^{2003}; **c)** 2003!; **d)** 7^{2003}.

9. Cifra a_{2003} este:

a) 6; **b)** 1; **c)** 9; **d)** 7.

10. De câte ori apare cifra 4 în primele 2003 zecimale ale numărului $\frac{1}{21}$?

a) 334; **b)** 665; **c)** 333; **d)** 332.

11. Care este cel mai mic număr natural n, cu proprietatea că $2^n > 2003$?

a) 9; **b)** 10; **c)** 1; **d)** 12.

12. Care este cel mai mic număr natural nenul n pentru care $n! > 1000$?

a) 9; **b)** 6; **c)** 8; **d)** 7.

13. Câte numere de 5 cifre se pot forma utilizând cifrele 4 şi 9?

a) 25; **b)** 32; **c)** 64; **d)** 10.

Se consideră în plan o mulţime M formată din 5 puncte cu proprietatea că oricare trei dintre ele sunt necoliniare.

14. Numărul dreptelor care trec prin câte 2 puncte din mulţimea M este:

a) 10; **b)** 25; **c)** 20; **d)** 15.

15. Câte triunghiuri pot avea toate vârfurile în mulţimea M?

a) 10; **b)** 25; **c)** 15; **d)** 20.

16. Numărul maxim de unghiuri ascuţite pe care îl poate avea un poligon convex cu 5 laturi este:

a) 5; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 4.

Un triunghi ABC dreptunghic are catetele cu lungimile de 12 şi 16.

17. Cât este lungimea ipotenuzei?

a) 18; **b)** 22; **c)** 20; **d)** 19.

18. Care este aria triunghiului?

a) 96; **b)** 48; **c)** 100; **d)** 192.

19. Care este lungimea ipotenuzei care cade pe ipotenuză?

a) 10; **b)** $9,6$; **c)** $12,4$; **d)** 15.

20. Care este perimetrul triunghiului cu vârfurile în mijloacele laturilor triunghiului ABC?

a) 28; **b)** 30; **c)** 24; **d)** 20.

21. Care este aria triunghiului cu vârfurile în mijloacele laturilor triunghiului ABC?

a) 48; **b)** 12; **c)** 10; **d)** 24.

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 6$. Notăm cu x_1, $x_2 \in \mathbb{R}$ soluţiile ecuaţiei $f(x) = 0$.

22. Numărul $f(0)$ este:

a) 1; **b)** -1; **c)** 6; **d)** 0.

23. Suma $x_1 + x_2$ este:

a) 6; **b)** 5; **c)** -5; **d)** -6.

24. Produsul $x_1 x_2$ este:

a) -6; **b)** 6; **c)** -5; **d)** 5.

25. Mulţimea $x \in \mathbb{R} \,|\, f(x) < 0$ este:

a) $(0,2)$; **b)** $(2,3)$; **c)** $(1,3)$; **d)** $(-\infty,0)$.

26. Produsul $f(0) \cdot f(1) \cdot \ldots \cdot f(2003)$ este:

a) 0; **b)** 2002!; **c)** 2003!; **d)** 2004!.

27. Suma soluţiilor ecuaţiei $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ este:

a) 1; **b)** 0; **c)** 3; **d)** 4.

28. O marfă costă 200 euro şi şi-a mărit preţul cu 20%. Câţi euro costă acum marfa?

a) 180; **b)** 160; **c)** 240; **d)** 220.

29. Dacă mulţimea A are 8 elemente, mulţimea B are 7 elemente iar mulţimea $A \cap B$ are 3 elemente, câte elemente are mulţimea $A \cup B$?

a) 12; **b)** 15; **c)** 13; **d)** 11.

30. Numărul soluţiilor ecuaţiei $2^x = -2$ este:

a) 3; **b)** 0; **c)** 2; **d)** 1.